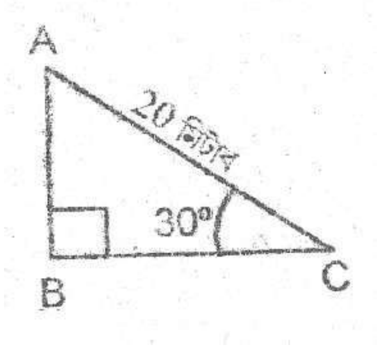
নৱম অধ্যায়

ত্ৰিকোণমিতিৰ কিছুমান প্ৰয়োগ
(SOME APPLICATION OF TRIGONOMETRY)

অনুশীলনী −9.1

প্ৰশ্ন 1. ভূমিলৈ এটা উলম্ব খুটিৰ শীৰ্ষৰ পৰা টানকৈ টনা আৰু বন্ধা এডাল 20 মিটাৰ দীঘল ৰছীৰ ওপৰত এজন চাৰ্কাচ কৌশলীয়ে বগাই আছে । ৰছাডালে ভূমি সমতাৰ লগত উৎপন্ন কৰা কোনটো 30^0 হ'লে , খুটিটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ



ৰছীৰ (AC)দৈৰ্ঘ্য $= 20$ মিটাৰ । $\angle C = 30^0$

খুটিটোৰ উচ্চতা $(AB) = ?$

∴ সমকোণী ত্ৰীভুজৰ পৰা আমি পাওঁ –

$$\frac{AB}{AC} = sin\,30^0$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2AB = 20 \Rightarrow AB = \frac{20}{2} = 10 \text{ মিটাৰ ।}$$

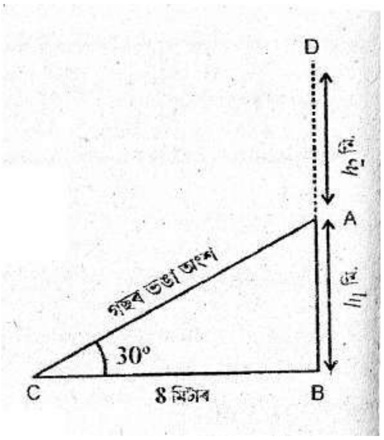
∴ খুটিটোৰ উচ্চতা$= 10$ মিটাৰ ।

প্ৰশ্ন 2. ধুমুহাৰ ফলত এজোপা গছ ভাঙে আৰু ভঙা অংশটো ভাঁজ খাই গছজোপা মূৰটোৱে ভূমিক স্পৰ্শ কৰি তাৰ লগত 30^0 কোণ উপন্ন কৰে । গছজোপাৰ পাদবিন্দু আৰু ভূমিক স্পৰ্শ কৰি থকা মূৰটোৰ বিন্দুৰ মাজত দূৰত্ব 8 মিটাৰ । গছজোপাৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰিলোৱা হ'ল ভঙাৰ আগতে গছটো উচ্চতা $= BD$; ধুমুহাৰ পিছত ; ভঙা অংশ , $AD = AC$ হ'ব । $\angle = 30^0$, ভূমি $(BA) = 8$ মিটাৰ । গছজোপাৰ উচ্চতা $(BD) = ?$

আমি ABC সমকোণী ত্ৰিভুজপ পৰা পাওঁ –



$$\frac{AB}{BC} = tan\,30^0$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ মি.}$$

আকৌ, $$\frac{BC}{AC} = cos\,30^0$$

$$\Rightarrow \frac{8}{h_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{16\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

∴ গছজোপাৰ উচ্চতা $h_1 + h_2 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{16\sqrt{3}}{3}\right)$ মি.

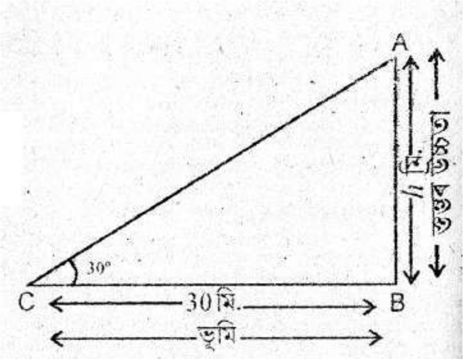
$= \frac{\sqrt{3}(8+16)}{3}$ মি. $= \frac{\sqrt{3}\times 24}{3}$ মি.

∴ গছজোপাৰ উচ্চতা $= 8\sqrt{3}$ মিটাৰ । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন **3.** এটা স্তম্ভৰ পাদবিন্দু পৰা **30** মিটাৰ আঁতৰত ভূমিত থকা এটা বিন্দুৰ পৰা স্তম্ভৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 30^0 । স্তম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ময কৰা ।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল $AB = h$ মি.,

আমি ABC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –



$\frac{AB}{BC} = tan\ 30^0$

$\Rightarrow \frac{h}{30} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = \frac{30}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow h = \frac{30\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$\Rightarrow h = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

$= (10 \times 1.732)$ মিটাৰ $= 17.32$ মিটাৰ (প্ৰায়)

∴ স্তম্ভটোৰ উচ্চতা $= 17.32$ মিটাৰ (প্ৰায়)

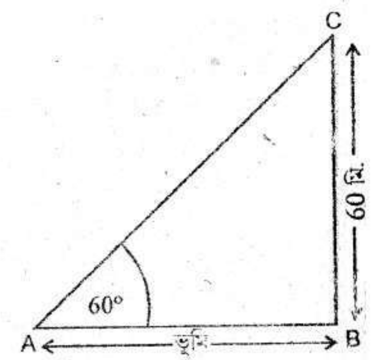
প্ৰশ্ন **4.** ভূমিৰ উচ্চতা **60** মিটাৰ উচ্চতাৰ চিলা উৰি আছে । চিলাখনৰ লগত সংলগ্ন সূতাডাল ভূমিৰ এটা বিন্দুত অস্থায়ীভাৱে গাঁঠি দিয়া হ'ল। ভূমিৰ লগত সূতাডালৰ হেলন 60^0 , সূতাডাল টিলা নহয় বুলি ধৰি লৈ সূতাডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল ভূমিৰ পৰা চিলা $(kite)$ ৰ উচ্চতা $(BC) = 60$ মিটাৰ । ভূমিৰ লগত সূতাডালৰ হেলন 60^0 ।

অৰ্থাৎ $\angle A = 60^0$ । সূতাডালৰ দৈৰ্ঘ্য (AC) নিৰ্ণয় কৰিব লাগে ।

এতিয়া, ABC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –



$\frac{CB}{CA} = sin\ 60^0$

$\Rightarrow \frac{60}{CA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow CA = \frac{120}{\sqrt{3}}$

$= \frac{20\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ মিটাৰ

$= \frac{120\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}$ মিটাৰ

∴ সূতাডালৰ দৈৰ্ঘ্য $= 40\sqrt{3}$ মিটাৰ । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 5. এটা পকা ভেটিৰ ওপৰত 1.6 মিটাৰ ওখ মূৰ্ত্তি এটা থিয় হৈ আছে । ভূমিৰ এটা বিন্দুৰ পৰা মূৰ্ত্তিটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60^0 আৰু একেটা বিন্দুৰ পৰা ভেটিটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 45^0 । ভেটিটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল $BC = h$ (এটা পকা ভেটি) । $CD = 1.6$ মি. (মূৰ্ত্তিৰ উচ্চতা) । মূৰ্ত্তিটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60^0 আৰু একেটা বিন্দু পৰা খুটাটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 45^0 ।

∴ ΔABC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$\frac{AB}{BC} = \cot 45^0$

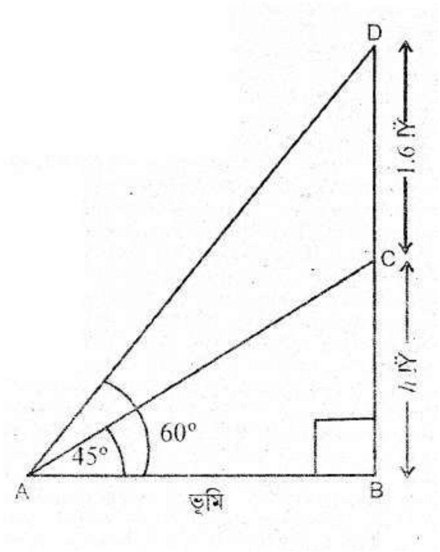
$\Rightarrow \frac{AB}{h} = 1 \Rightarrow AB = h$ মিটাৰ । $\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

আকৌ, ΔABD সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$\frac{AB}{BD} = \cot 60^0$

$\Rightarrow \frac{AB}{h+1.6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow AB = \frac{h+1.6}{\sqrt{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$



এতিয়া, (1) আৰু (2) -ৰ পৰা পাওঁ –

$h = \frac{h+1.6}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}h = h + 1.6$

$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 1.6$

$\Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 1.6$

$\Rightarrow h = \frac{1.6}{\sqrt{3}-1} = \frac{1.6}{1.732-1}$

$= \frac{1.6}{.732} = 2.185 = 2.19$ মি. (প্ৰায়)

∴ ভেটিটোৰ উচ্চতা $= 2.19$ মি. (প্ৰায়)

প্ৰশ্ন 6. এটা 7 মিটাৰ ওখ অট্টালিকাৰ শীৰ্ষৰ পৰা এটা কেবল স্হম্ভৰ $(Cable\ twoer)$ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60^0 আৰু ইয়াৰ পাদৰ পতন কোণ 45^0 । স্হম্ভটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

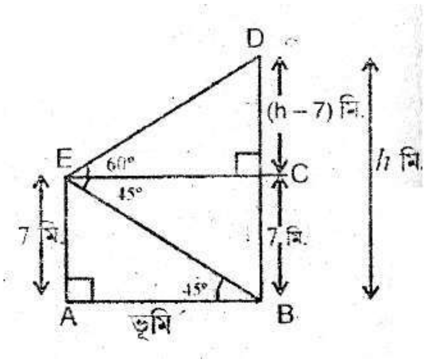
ধৰা হ'ল $BD = h$ মিটাৰ (কেৰল স্তম্ভৰ উচ্চতা), $AE = 7$ মি. (অট্টালিকাৰ উচ্চতা) । স্হম্ভৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ 60^0 আৰু ইয়াৰ পাদৰ পতন কোণ 45^0 । স্হম্ভৰ উচ্চতা (h) নিৰ্ণয় কৰিব লাগে ।

ΔBAE সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{AB}{AE} = cot\ 45^0$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{7} = 1 \ \Rightarrow AB = \ 7 \text{ মিটাৰ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

আকৌ, ΔDCE সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –



$$\frac{EC}{DC} = cot\ 60^0$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{h-7} = \frac{1}{\sqrt{3}} \ \Rightarrow AB = \ 7$$

$$\Rightarrow EC = \ \frac{h-7}{\sqrt{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

কিন্তু, $AB = EC$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore (1)$ আৰু (2) - ৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{h-7}{\sqrt{3}} = 7$$

$$\Rightarrow h - 7 = 7\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$$

$$\Rightarrow h = 7(1.732 + 1) = 7(2.732) = 19.124 \text{ মি.}$$

$$\Rightarrow h = 19.12 \text{ মি. (প্ৰায়)}$$

$\therefore$ স্তম্ভৰ উচ্চতা $= 19.12$ মি. (প্ৰায়) ।

প্ৰশ্ন 7. এজনী 1.2 মিটাৰ ওখ ছোৱালীয়ে ভূমিৰ পৰা 88.2 মিটাৰ উচ্চতাত থকা অনুভূমিক ৰেখাত এটা বেলুন বতাহত লৰি থকা দেখিলে। ছোৱালীজনীৰ চকুৰ পৰা বেলুনটোৰ উঠন কোণ যিকোনো মুহূৰ্তত 60^0. কিছু সময়ৰ পিছত, উঠন কোণ 30^0 তললৈ নামে । বেলুনটোৱে সেই সময়চোৱাত পৰিভ্ৰমণ কৰা দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল 1.2 মিটাৰ ওখ ছোৱালীৰ অৱস্থান A । $BE = CD = 88.2$ মিটাৰ (বেলুনৰ উচ্চতা) । বিভিন্ন দূৰত্বত বেলুনটোৰ উঠনটোৰ উঠনকোণ 30^0 আৰু 60^0 । বেলুনটোৰ পৰিভ্ৰমণ কৰা সময় চোৱাত দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰিব লাগে ।

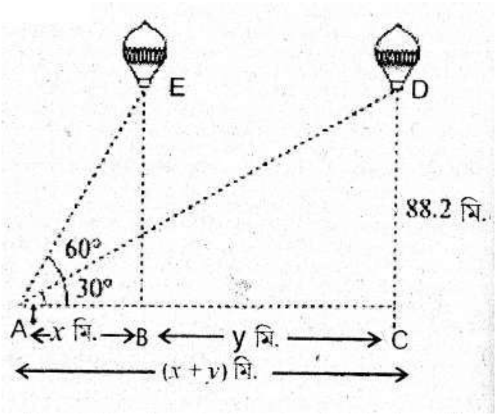
আমি, ABE সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{AB}{BE} = cot\ 60^0$$

$$\Rightarrow \frac{x}{88.2} = \frac{1}{\sqrt{3}}1$$

$$\Rightarrow x = \frac{88.2}{\sqrt{3}} \text{ মিটাৰ } \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

আকৌ, ΔACD সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –



$$\frac{AC}{CD} = cot\ 30^0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{88.2} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x + y = 88.2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{88.2}{\sqrt{3}.} + y = 88.2\sqrt{3}$$

[(1) ব্যৱহাৰ কৰি]

$$\Rightarrow y = 88.2\sqrt{3} - \frac{88.2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = 88.2\left[\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$$

$$\Rightarrow y = 88.2\ \left[\frac{3-1}{\sqrt{3}}\right] \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{88.2 \times 2 \times \sqrt{3}}{3} = 58.8 \times \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow y = 58.8 \times 1.732 = 101.841 = 101.84 \text{ মিটাৰ ।}$$

∴ বেলুনটোৰ সেই সময় চোৱাত পৰিভ্ৰমণ কৰা দূৰত্ব $= 101.84$ মিটাৰ ।

প্ৰশ্ন 8. এটা স্হস্তৰ পাদবিন্দুৰ পৰা 4 মিটাৰ আৰু 9 মিটাৰ দূৰত্ব একে সৰলৰেখাত থকা দুটা বিন্দু পৰা স্হস্তটোৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ দুটা পূৰক । প্ৰমাণ কৰা যে স্হস্তটোৰ উচ্চতা 6 মিটাৰ ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল $CD = h$ মিটাৰ (স্হস্তৰ উচ্চতা) । স্হস্তৰ পাদবিন্দুৰ পৰা 4 মিটাৰ আৰু 9 মিটাৰ দূৰত্বত একে সৰলৰেখাত থকা দুটা বিন্দুৰ পৰা স্হস্তটোৰ শীৰ্ষৰ উঠা কোণ দুটা পূৰক ।

অৰ্থাৎ $BC = 4$. মি. আৰু $AC = 9$ মি. । $\angle CBD = \theta$ আৰু $\angle CAD = (90^0 - \theta)$।

এতিয়া, BCD সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{CD}{BC} = \tan\theta$$

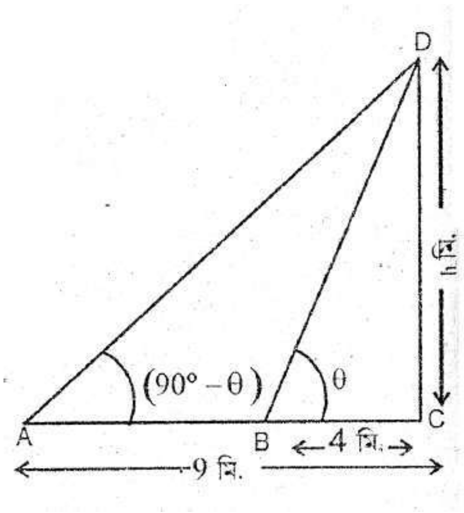
$$\Rightarrow \frac{h}{4} = \tan\theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

$$\Rightarrow x = \frac{88.2}{\sqrt{3}} \text{ মিটাৰ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

আকৌ, ACD সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{CD}{AC} = \tan(90^0 - \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{h}{9} = \cot\theta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$



এতিয়া, (1) আৰু (2) - ৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{h}{4} \times \frac{h}{9} = \tan\theta \times \cot\theta$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{36} = \tan\theta \times \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{36} = 1$$

$$\Rightarrow h^2 = 36$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{36} = 6$$

$\therefore$ স্হম্ভৰ উচ্চতা $= 6$ মিটাৰ (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 9. 9 মিটাৰ ওখ উলম্ব খুটা এটাৰ ছাঁৰ দীঘ $3\sqrt{3}$ মিটাৰ । সূৰ্যৰ উন্নতি নিৰ্ণয় কৰা । (ইয়াৰ সূৰ্যৰ উন্নতি হ'লে ছাঁৰ আগটোৰ পৰা উলম্ব খুটাৰ শীৰ্ষৰ উঠন কোণ ।)

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল $AB =$ খুটাৰ দৈৰ্ঘ্য $= 9$ মিটাৰ

$BC = 3\sqrt{3}$ মিটাৰ = ছাঁৰ দৈৰ্ঘ্য

ধৰা হ'ল সূৰ্যৰ উন্নতি θ

$$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{9}{3\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} = \tan 60^0 \Rightarrow \theta = 60^0$$ $\therefore$ সূৰ্যৰ উন্নতি $= 60^0$।