Dev Library

সপ্তম অধ্যায়

স্থানাংক জ্যামিতি (CO-ORDINATE GEOMETRY)

অনুশীলনী – 7.1

প্ৰশ্ন 1. তলৰ প্ৰতিযোৰ বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা ।

$(i)(2,3),(4,1)$ $(ii)(-5,7),(-1,3)$ $(iii)(a,b),(-a,-b)$

সমাধান ঃ

(i) ধৰা হ'ল, P -ৰ স্থানাংক $(2,3)$ আৰু Q -ৰ স্থানাংক $(4,1)$

$$\therefore \text{দূৰত্ব } (PQ) = \sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(ii) ধৰা হ'ল, P -ৰ স্থানাংক $(-5,7)$ আৰু Q -ৰ স্থানাংক $(-1,3)$

$$\therefore \text{দূৰত্ব } (PQ) = \sqrt{(-1+5)^2+(3-7)^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2+(-4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

(iii) ধৰা হ'ল, P -ৰ স্থানাংক (a,b) আৰু Q -ৰ স্থানাংক $(-a,-b)$

$$\therefore \text{দূৰত্ব } (PQ) = \sqrt{(-a-a)^2+(b+b)^2}$$

$$= \sqrt{(-2a)^2+(2b)^2}$$

$$= \sqrt{4a^2+4b^1} = \sqrt{4(a^2+b^2} = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

প্ৰশ্ন 2. $(0,0)$ আৰু $(36,15)$ ৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱা । তুমি এতিয়া ওপৰৰ 7.2 অনুচ্ছেদত আলোচনা কৰা A আৰু B নগৰ দুখনৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিয়াব পাৰিবানে ?

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল A -ৰ স্থানাংক $(0,0)$ আৰু B -ৰ স্থানাংক $(36,15)$ ।

$$\therefore \text{দূৰত্ব } (AB) = \sqrt{(0-36)^2+(0-15)^2}$$

$$= \sqrt{1296+225}$$

$$= \sqrt{1521}$$

$$= 39$$

7.2 অনুচ্ছেদ মতে

চিত্ৰত নিৰ্দ্দিষ্ট বিন্দু $\boldsymbol{A}\ (\mathbf{0},\mathbf{0})$

আৰু $\boldsymbol{B}\ (\mathbf{36},\mathbf{15})$ধৰা হ'ল :

$\therefore \boldsymbol{BC}\ \perp \boldsymbol{x}$ অক্ষ

এতিয়া,$\boldsymbol{ACB}$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ -

$$\boldsymbol{AB} = \sqrt{(\mathbf{36})^2 + (\mathbf{15})^2}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{AB} = \sqrt{\mathbf{1296} + \mathbf{225}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{AB} = \sqrt{\mathbf{1521}} = \mathbf{39}$$

$\therefore$ A আৰু B নগৰ দুখনৰ মাজৰ দূৰত্ব $= \mathbf{39}$ একক । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 3. $(\mathbf{1},\mathbf{5}),(\mathbf{2},\mathbf{3})$আৰু $(-\mathbf{2},-\mathbf{11})$বিন্দু কেইটা একৰেখীয় হয়নে নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল : $\boldsymbol{A}\ (\mathbf{1},\mathbf{5}),\ \ \boldsymbol{B}(\mathbf{2},\mathbf{3})$আৰু $\boldsymbol{C}\ (-\mathbf{2},-\mathbf{11})$

$$\therefore \boldsymbol{AB} = \sqrt{(\mathbf{2}-\mathbf{1})^2 + (\mathbf{3}-\mathbf{5})^2} = \sqrt{\mathbf{1}+\mathbf{4}} = \sqrt{\mathbf{5}}$$

$$\boldsymbol{BC} = \sqrt{(-\mathbf{2}-\mathbf{2})^2 + (-\mathbf{11}-\mathbf{3})^2} = \sqrt{\mathbf{6}+\mathbf{196}} = \sqrt{\mathbf{212}}$$

$$\boldsymbol{CA} = \sqrt{(\mathbf{1}+\mathbf{2})^2 + (\mathbf{5}+\mathbf{11})^2} = \sqrt{\mathbf{9}+\mathbf{256}} = \sqrt{\mathbf{265}}$$

ইয়াত, লক্ষ্য কৰা যায় যে, যিকোনো দুটা দূৰত্বৰ যোগফল, তৃতীয় দূৰত্বৰ সমান নহয় । গতিকে প্ৰদত্ত বিন্দুত্ৰয় একৰেখীয় নহয় ।

প্ৰশ্ন 4. $(\mathbf{5},-\mathbf{2}),(\mathbf{6},\mathbf{4})$আৰু $(\mathbf{7},-\mathbf{2})$বিন্দুকেইটা এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল : $\boldsymbol{A}\ (\mathbf{5},-\mathbf{2}),\ \ \boldsymbol{B}(\mathbf{6},\mathbf{4})$আৰু $\boldsymbol{C}\ (\mathbf{7},-\mathbf{2})$

$$\therefore \boldsymbol{AB} = \sqrt{(\mathbf{5}-\mathbf{6})^2 + (-\mathbf{2}-\mathbf{4})^2} = \sqrt{\mathbf{1}+\mathbf{36}} = \sqrt{\mathbf{37}}$$

$$\boldsymbol{BC} = \sqrt{(\mathbf{6}-\mathbf{7})^2 + (\mathbf{4}+\mathbf{2})^2} = \sqrt{\mathbf{1}+\mathbf{36}} = \sqrt{\mathbf{37}}$$

$$\boldsymbol{CA} = \sqrt{(\mathbf{7}-\mathbf{5})^2 + (-\mathbf{2}+\mathbf{2})^2} = \sqrt{\mathbf{4}+\mathbf{0}} = \mathbf{2}$$

$\therefore$ প্ৰদত্ত বিন্দুকেইটা এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু ।

প্ৰশ্ন 5. তলৰ বিন্দুবিলাকে যদি চতুৰ্ভুজ গঠন কৰে তেনেহ'লে সেই চতুৰ্ভুজৰ স্বৰূপ নিৰ্ণয় কৰা আৰু তোমাৰ উত্তৰৰ সপক্ষে কাৰণ দাঙি ধৰা ।

$(i)(-1,-2),(1,0),(-1,2),(-3,0)$

$(ii)(-3,5),(3,1),(0,3),(-1,-4)$

$(iii)(4,5),(7,6),(4,3),(1,2)$

সমাধান ঃ

(i) ধৰা হ'ল : $A\ (-1,-2),\ \ B(1,0),\ \ C\ (-1,2)$ আৰু $D\ (-3,0)$

$$\therefore AB=\sqrt{(1+1)^2+(0+2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$BC=\sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$CD=\sqrt{(-3+1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$DA=\sqrt{(-1+3)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

$$AC=\sqrt{(-1+1)^2+(2+2)^2}=\sqrt{0+16}=4$$

$$BD=\sqrt{(-3-1)^2+(0-0)^2}=\sqrt{16}=4$$

$\therefore AB=BC=CD=DA=2\sqrt{2}$ আৰু $AC=BD=4$

$\therefore$ প্ৰদত্ত বিন্দুবোৰ এটা বৰ্গ $ABCD$ গঠন কৰে ।

(ii) ধৰা হ'ল : $A\ (-3,5),\ \ B(3,1),\ \ C\ (0,3)$ আৰু $D\ (-1,-4)$

$$\therefore AB=\sqrt{(-3-3)^2+(5-1)^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$$

$$BC=\sqrt{(3-0)^2+(1-3)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$

$$CD=\sqrt{(0+3)^2+(3-5)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$

এতিয়া, $BC+CA=\sqrt{13}+\sqrt{13}=2\sqrt{13}=AB$

$\therefore$ A,B আৰু C একৰেখীয় হোৱাৰ বাবে A,B,C আৰু D কোনো চতুৰ্ভুজ গঠন নকৰে ।

(iii) ধৰা হ'ল : $A\ (4,5),\ \ B\ (7,6),\ \ C\ (4,3)$ আৰু $D\ (1,2)$

$$\therefore AB=\sqrt{(7-4)^2+(6-5)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

$$BC=\sqrt{(4-7)^2+(3-6)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

$$CD=\sqrt{(1-4)^2+(2-3)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

$$DA = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{0+4} = 2$$

$$BD = \sqrt{(1-7)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{3}$$

$\therefore AB = CD$ আৰু $BC = DA; AC \neq BD$ অৰ্থাৎ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান, কিন্তু কৰ্ণদ্বয় সমান নহয় ।

প্ৰশ্ন 6. y ৰ সেই মান নিৰ্ণয় কৰা যাৰ বাবে $P\ (2, -3)$আৰু $Q(10, y)$ বিন্দু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব 10 একক হয় ।

সমাধান ঃ

দিয়া আছে, $P\ (2, -3)$আৰু $Q(10, y)$

$$\therefore PQ = \sqrt{(10-2)^2 + (y+3)^2}$$

$$= \sqrt{64 + y^2 + 9 + 6y}$$

$$= \sqrt{y^2 + 6y + 73}$$

$\therefore$ প্ৰশ্নানুযায়ী, $PQ = 10$

$$\therefore \sqrt{y^2 + 6y + 73} = 10$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y + 73 = 100$$

$$\Rightarrow y^2 + 9y - 3y - 27 = 0$$

$$\Rightarrow y(y+9) - 3(y+9) = 0$$

$$\Rightarrow (y+9)(y-3) = 0$$

$$\therefore y + 9 = 0 \ \Rightarrow y - 3 = 0$$

$$\Rightarrow y = -9 \quad \Rightarrow y = 3$$

$\therefore y = 3, -9$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 7. যদি $Q(0,1)$ বিন্দুটো $P(5, -3)$ আৰু $R(x, 6)$ৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী তেন্তে x ৰ মান উলিওৱা । তদুপৰি QR আৰু PR দূৰত্ব কেইটা উলিওৱা ।

সমাধান ঃ

দিয়া আছে, $Q(0,1)$, $P(5, -3)$ আৰু $R(x, 6)$

$$\therefore QP = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$$

আৰু $\quad QR = \sqrt{(x-0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{x^2 + 25}$

∴ প্ৰশ্নমতে, $QP = QR$

$\Rightarrow\sqrt{41} = \sqrt{x^2 + 25}$

$\Rightarrow 41 = x^2 + 25$ (উভয় পক্ষক বৰ্গ কৰি)

$\Rightarrow x^2 = 41 - 25 = 16$

$\Rightarrow x = \pm 4$

$x = 4$ ধৰিলে R -ৰ স্থানাংক হ'ব $(4, 6)$

$\therefore QR = \sqrt{(4-0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

$\text{PR} = \sqrt{(4-5)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82}$

আকৌ, $x = -4$ ধৰিলে R -ৰ স্থানাংক হ'ব $(-4, 6)$

$\therefore QR = \sqrt{(-4-0)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

$\text{PR} = \sqrt{(-4-5)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{162}$

প্ৰশ্ন 8. x আৰু y ৰ মাজৰ সম্পৰ্ক উলিওৱা যাতে (x, y) বিন্দু $(3, 6)$ আৰু $(-3, 4)$ বিন্দদুটাৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী হয় ।

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত বিন্দুবোৰ ঃ $P\,(x, y)$, $A\,(3, 6)$আৰু $B\,(-3, 4)$

∴ প্ৰশ্নমতে, $PA = PB$

$\Rightarrow\sqrt{(3-x)^2 + (6-y)^2} = \sqrt{(-3-x)^2 + (4-y)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{9 + x^2 - 6x + 36 + y^2 - 12y} = \sqrt{9 + x^2 + 6x + 16y^2 - 8y}$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45} = \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25}$

উভয়পক্ষক বৰ্গ কৰি পাওঁ ঃ

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 12y + 45 = x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25$

$\Rightarrow -12x - 4y + 20 = 0$

$\Rightarrow 3x + y - 5 = 0$

∴ নিৰ্ণেয় সম্পৰ্কটো হ'ল ঃ $3x + y - 5 = 0$

অনুশীলনী – 7.2

প্ৰশ্ন 1. $(-1,7)$ আৰু $(4,-3)$ৰ সংযোগী ৰেখাখণ্ডক $2:3$ অনুপাতত ভাগ কৰা, বিন্দুটোৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

(i) অন্তৰ্বিভক্ত ঃ ধৰা হ’ল বিন্দুটোৰ স্থানাংক (x,y), আৰু $A\left(-1,7\right);\ B\ (4,-3), m:n = 2:3$

$\therefore x = \frac{2\times4+3\times(-1)}{2+3} \qquad \left[\therefore x = \frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right]$

$= \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$\therefore y = \frac{2\times(-3)+3\times7}{2+3} \qquad \left[\therefore y = \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right]$

$= \frac{-6+21}{5} = \frac{15}{5} = 3$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় স্থানাংক $(1,3)$.

(ii) বহিৰ্বিভক্ত ঃ

$\therefore x = \frac{2\times4-3\times(-1)}{2-3} \qquad \left[\therefore x = \frac{mx_2-nx_1}{m-n}\right]$

$= \frac{8+3}{-1} == -11$

$\therefore y = \frac{2\times(-3)-3\times7}{2-3} \qquad \left[\therefore y = \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right]$

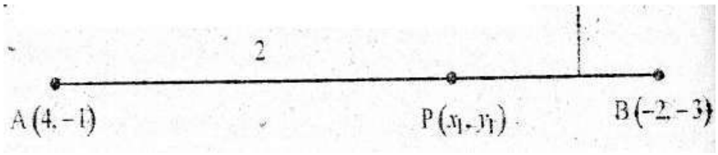
$= \frac{-6-21}{-1} = \frac{\cancel{-}27}{\cancel{-}1} = 27$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় স্থানাংক $\left(-11,27\right)$.

প্ৰশ্ন 2. $(4,-1)$আৰু $(-2,-3)$ৰ সংযোগী ৰেখাখণ্ডক সমত্ৰিখণ্ডিত কৰা । বিন্দু কেইটাৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

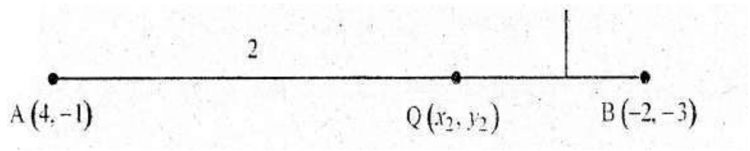
ধৰা হ’ল $P(x_1,y_1$ আৰু $Q(x_2,y_2$ বিন্দু দুটা $A(4,-1)$আৰু $B\ (-2,-3)$বিন্দুদ্বয় সংযোগী ৰেখাখণ্ডক সমত্ৰখণ্ডিত কৰিছে । আৰ্থাৎP বিন্দু AB-ক $1:2$ আৰু Q বিন্দু AB-ক $2:1$ অনুপাতত বিভক্ত কৰে ।



$\therefore x_1 = \frac{1(-2)+2\times4}{1+2} = \frac{-2+8}{3} = \frac{6}{3} = 2$

আৰু $y_1 = \frac{1(-3)+2\times(-1)}{1+2} = \frac{-3-2}{3} = -\frac{5}{3} = 2$

$\therefore$ P-ৰ স্থানাংক হ'ল ঃ $\left(2, -\frac{5}{3}\right)$



এতিয়া, $\therefore x_2 = \frac{2(-2)+1\times4}{2+1} = \frac{-4+4}{3} = \frac{0}{3} = 0$

আৰু $y_2 = \frac{2(-3)+1(-1)}{2+1} = \frac{-6-1}{3} = -\frac{7}{3} =$

$\therefore Q(x_2, y_2$ -ৰ স্থানাংক $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় বিন্দু দুটাৰ স্থানাংক $\left(2, -\frac{-5}{3}\right)$ আৰু $\left(0, -\frac{7}{3}\right)$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 4. $A(1, -5)$আৰু $B(-4, 5)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডক x -অক্ষই কি অনুপাতত ছেদ কৰিব নিৰ্ণয় কৰা । লগতে ছেদ বিন্দুটোৰ স্থানাংক উলিওৱা ।

সমাধান ঃ

ধৰো $A(1, -5)$আৰু $B(-4, 5)$ বিন্দু সংযোদী ৰেখাখণ্ডক x -অক্ষই $P(x, 0)$কটা বিন্দুটোৰে $m: n$ অনুপাতত ভাগ কৰে ।

$\therefore$ আমি জানো যে,

$x = \frac{mx_2+nx_1}{m+n}$ আৰু $y = \frac{my_2+ny_1}{m+n}$

$\therefore$ x -অক্ষই $P(x, 0)$বিন্দুত ছেদ কৰে ।

$\therefore y = \frac{my_2+ny_1}{m+n}$

$\Rightarrow 0 = \frac{m(5)+n(-5)}{m+n}$

$\Rightarrow 0 = \frac{5m-5n}{m+n}$

$\Rightarrow 5m = 5n \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{1} \Rightarrow m: n = 1: 1$

$\therefore$ $P(x, 0)$বিন্দুয়ে $1: 1$ অনুপাতত ছেদ কৰে ।

আকৌ, $x = \frac{mx_2+nx_1}{m+n}$

$\Rightarrow x = \frac{1\times(-4)+1(1)}{1+1} = \frac{-4+1}{2} = -\frac{3}{2}$ $\therefore$ নিৰ্ণেয় ছেদ বিন্দুটোৰ স্থানাংক $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$

প্ৰশ্ন 5. যদি A আৰু B বিন্দুৰ স্থনাংক ক্ৰমে $(-2,-2)$আৰু $(2,-4)$, তেন্হে P বিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা যতে $AP=\frac{3}{7}AB$ আৰু P বিন্দুটো AB ৰেখাখণ্ডৰ ওপৰত থাকে ।

সমাধান ঃ

ধৰো, নিৰ্ণেয় বিন্দুৰ (P) স্থানাংক (x,y) আৰু $AP=\frac{3}{7}$ দিয়া আছে ।

কিন্তু , $PB=AB-AP$

$$=AB-\frac{3}{7}AB$$

$$=\left(\frac{7-3}{7}\right)AB=\frac{4}{7}AB$$

$$\therefore \frac{AP}{PB}=\frac{\frac{3}{7}AB}{\frac{4}{7}AB}=\frac{3}{4}$$

$\therefore$ A আৰু B বিন্দুদ্বয়ৰ সংযোগকাৰী ৰেখাক, P বিন্দু $3:4$ অনুপাতত বিভক্ত কৰে ।

এতিয়া, $x=\frac{3\times2+4(-2)}{3+4}=\frac{6-8}{7}=-\frac{2}{7}$

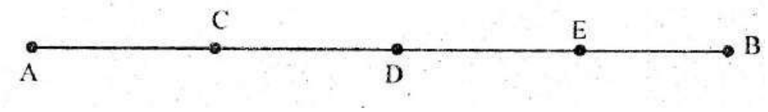
আৰু, $y=\frac{3(-4)+4(-2)}{3+4}=\frac{-12-8}{7}=-\frac{20}{7}$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় P বিন্দুৰ স্থানাংক হ'ল ঃ $\left(-\frac{2}{7},-\frac{20}{7}\right)$

প্ৰশ্ন 6. $A(-2,2)$ আৰু $B(2,8)$বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডক চাৰিটা সমান ভাগত ভাগ কৰা, বিন্দু কেইটাৰ স্থানাংক উলিওৱা ।

সমাধান ঃ ধৰো C,D আৰু E,A $(-2,2)$আৰু B $(2,8)$বিন্দুৰ সংযোগী ৰেখাখণ্ডক চাৰিটা সমান ভাগত ভাগ কৰিছে । ইয়াত, A আৰু B বিন্দুদ্বয়ৰ সংযোগী ৰেখাৰ মধ্যবিন্দু D,C হ'ল A আৰু D বিন্দুদ্বয়ৰ সংযোগী ৰেখাৰ মধ্যবিন্দু ; E হ'ল D আৰু B বিন্দু দুটাৰ সংযোগী ৰেখাৰ মধ্যবিন্দু ।

$$\therefore AC=CD=DE=EB$$



$\therefore$ C -বিন্দুৰ স্থানাংক $\left(\frac{-2+0}{2},\frac{2+5}{2}\right)=\left(-1,\frac{7}{2}\right)$

$\therefore$ D -বিন্দুৰ স্থানাংক $\left(\frac{-2+2}{2},\frac{2+8}{2}\right)=(0,5)$

আৰু E -বিন্দুৰ স্থানাংক $\left(\frac{2+0}{2},\frac{8+5}{2}\right)=(1,\frac{13}{2}$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় বিন্দুবোৰৰ স্থানাংক হ'ল ঃ $(0,5),\left(-1,\frac{7}{2}\right)$আৰু $1,\frac{13}{2}$

প্ৰশ্ন 10. এটা ৰম্বাচৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা যদিহে তাৰ শীৰ্ষ বিন্দু বিলাকৰ স্থানাংক ক্ৰম অনুসৰি $(3,0), (4,5), (-1,4)$আৰু $(-2,-1)$।

[ইংগিত ঃ ৰম্বাচৰ কালি (কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফল)]

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল, $ABCD$ ৰম্বাচৰ চাৰিটা শীৰ্ষবিন্দু হ'ল ঃ $A\ (3,0), B\ (4,5), C(-1,4)$আৰু $D(-2,-)$

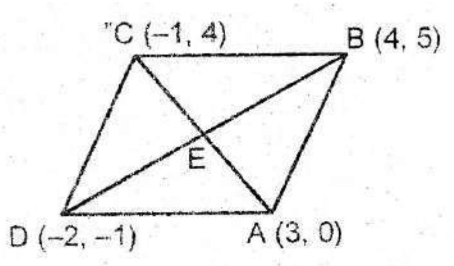
$\therefore$ কৰ্ণ $AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (4-0)^2}$

$= \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

আৰু কৰ্ণ $BD = \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-5)^2}$

$= \sqrt{36+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

$\therefore ABCD$ ৰম্বাচৰ কালি



$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$ বৰ্গএকক ।

$= \left(\frac{1}{2} \times 24 \times 2\right)$ বৰ্গএকক ।

$= 24$ বৰ্গএকক ।

অনুশীলনী - 7.3

প্ৰশ্ন 1. ত্ৰিভুজৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা যাৰ শীৰ্ষবিন্দুবিলাক হ'ল ঃ

(i) $(2,3), (-1,0), (2,-4)$ (ii) $(-5,-1), (3,-5), (5,2)$

সমাধান ঃ

(i) ধৰো, $A(2,3)$, $B(-1,0)$ $C(2,-4)$

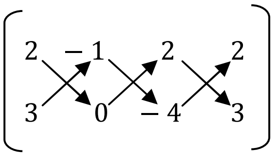
চৰ্তনুসাৰে ,

ΔABC -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[(x_1y_2 - x_2y_1) + (x_2y_3 - x_3y_2) + (x_3y_1 - x_1y_3)]$

$= \frac{1}{2}[2 \times 0 - 3 \times (-1) + (-1)(-4) - 2 \times 0 + 2 \times 3 - 2(-4)]$

$= \frac{1}{2}[0 + 3 + 4 - 0 + 6 + 8]$



$= \frac{1}{2} \times 21 = \frac{21}{2} = 10.5$ বৰ্গএকক ।

(ii) ধৰো, $A(-5,-1)$, $B(3,-5)$, $C(5,2)$

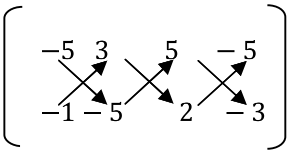
চৰ্তনুসাৰে ,

ΔABC -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[(x_1 - 5, y_1 = -1, x_2 = 3, y_2 = -5 x_3 = 5, y_2 = 2)]$

$= \frac{1}{2}[(-5)(-5) - 3(-1) + 3 \times 2 - 5(-5) + 5(-1) - 2(-5)]$

$= \frac{1}{2}[25 + 3 + 6 + 25 - 5 + 10]$



$= \frac{1}{2}[69 - 5] = \frac{1}{2} \times 64 = 32$ বৰ্গএকক ।

প্ৰশ্ন 2. তলৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত $'k'$ৰ মান উলিওৱা যেতায়া সেই বিন্দুবিলাক একৰেখীয় –

$(i)(7,-2),(5,1),(3,k)$ $(ii)(8,1),(K,-4),(2,-5)$

সমাধান ঃ

(i) ইয়াত, $x_1 = 7;$ $x_2 = 5;$ $x_2 = 3$

$y_1 = -7;$ $y_2 = 1;$ $y_2 = k$

বিন্দুত্ৰয় একৰেখীয় হ'লে ত্ৰিভুজৰ কালি $= 0$ হ'ব ।

$\therefore \Delta = \frac{1}{2}[7 \times 1 - 5(-2) + 5k - 3 \times 1 + 3(-2) - 7k]$

$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{2}[7 + 10 + 5k - 3 - 67k]$

$\Rightarrow \Delta = \frac{1}{2}[8 - 2k]$

$\therefore \frac{1}{2}[8 - 2k] = 0$

$\Rightarrow 8 - 2k = 0$

$\Rightarrow -2k = -8$

$\Rightarrow k = \frac{8}{2} = 4$

$\therefore k = 4$ (উত্তৰ)

(ii) ইয়াত, $x_1 = 8;$ $x_2 = k;$ $x_2 = 2$

$y_1 = 1;$ $y_2 = -4;$ $y_2 = -5$

আমি জানোঁ যে বিন্দুত্রয় একৰেখীয় হ'লে ত্ৰিভুজৰ কালি শূণ্য হয় ।

$\therefore \Delta = \frac{1}{2}[8(-4) - k + k(-5) - 2(-4) + 2 \times 1 - 8(-5)]$

$= \frac{1}{2}[-32 - k - 5k + 8 + 2 + 40]$

$= \frac{1}{2}[50 - 32 - 6k]$

$= \frac{1}{2}[18 - 6k]$

$\therefore \frac{1}{2}[18 - 6k] = 0$

$\Rightarrow k = \frac{8}{2} = 418 - 6k = 0$

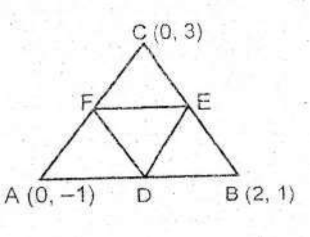
$\Rightarrow -6k = -18 \ \Rightarrow k = \frac{18}{6} = 3$

$\therefore k = 3$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 3. $(0, -1), (2, 1)$আৰু $(0, 3)$শীৰ্ষবিন্দু কেইটাৰে গঠিত ত্ৰিভুজটোৰ বাহুবিলাকৰ মধ্যবিন্দুকেইটা সংযোগ কৰি গঠন কৰা ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা । এই ত্ৰিভুজটোৰ কালি আৰু প্ৰদত্ত ত্ৰিভুজটোৰ কালিৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল, ABC ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰঃ $A\ (0, -1), B(2, 1)$ আৰু $C\ (0, 3)$ । D, E, F বিন্দুত্ৰয় ক্ৰমে AB, BC আৰুCA বাহু তিনিটাৰ মধ্যবিন্দু । মধ্যবিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি পাওঁ –



$\therefore D$ -ৰ স্থানাংক $\left(\frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (1, 0)$

E -ৰ স্থানাংক $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (1, 2)$

আৰু F -ৰ স্থানাংক $\left(\frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = (0, 1)$

$\therefore \Delta DEF$-ৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ হ'ল ঃ $D\ (1, 0), E\ (1, 2)$আৰু $F\ (0, 1)$

ΔDEF-ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[1 \times 2 - 1 \times 0 + 1 - 0 \times 2 + 0 - 1]$

$= \frac{1}{2}[2 - 0 + 1 - 0 + 0 - 1]$

$= \frac{1}{2} \times 2 = 1$ বৰ্গএকক ।

আকৌ, ΔABC -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[0 \times 1 - 2(-1) + 2 \times 3 - 0 \times 1 + 0(-1) - 0 \times 3]$

$\Rightarrow \Delta ABC$ -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[0+2+6-0+0+0]$

$= \frac{1}{2} \times 8 = 4$ বৰ্গএকক ।

$\therefore$ নিৰ্ণেয় অনুপাত $= \dfrac{\Delta DEF\text{-ৰ কালি}}{\Delta ABC\text{ -ৰ কালি}} = \frac{1}{4} = 1:4$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 4. সেই ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা যাৰ শীৰ্ষবিন্দুবিলাক ক্ৰম অনুসৰি $(-4,-2), (-3,-5) (3,-2)$আৰু $(2,3)$ ।

সমাধান ঃ

ধৰো, $ABCD$ চতুৰ্ভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰৰ স্থানাংক ঃ $A\ (-4,-2)$, $B(-3,-5)$, $C\ (3,-2)$আৰু$D\ (2,3) AC$ কৰ্ণ অংকন কৰা হ'ল । ফলত দুটা ত্ৰিভুজ ABC আৰু CDA পোৱা গ'ল ।

ΔABC -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[(-4)(-5)-(-3)(-2)+(-3)(-2)-3(-5)+(-2)-(-4)(-2)]$

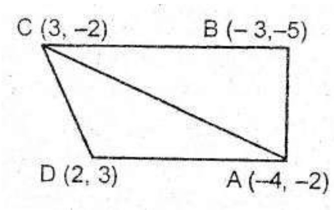
$= \frac{1}{2}[20-6+6+15-6-8]$

$= \frac{1}{2}[35-14] = \frac{21}{2}$ বৰ্গ একক ।

আকৌ, ΔCDA -ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[9+4-4+12+8+6]$

$= \frac{35}{2}$ বৰ্গ একক ।



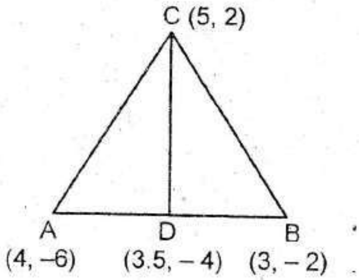
$\therefore$ ΔCDA -ৰ চতুৰ্ভুজটোৰ কালি

$= \Delta ABC + \Delta CDA$

$= \frac{21}{2} + \frac{35}{2} = \frac{56}{2} = 28$ বৰ্গ একক ।

প্ৰশ্ন 5. তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত (নৱম অধ্যায় উদাহৰণ 3) পঢ়ি আহিছা যে ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা এডালে ত্ৰিভুজটোক দুটা ত্ৰিভুজত ভাগ কৰে যাৰ কালি সমান । ΔABC ৰ ক্ষেত্ৰত ইয়াৰ সত্যাপন কৰা যদি ইয়াৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা $A(4,-6), B(3,-2)$আৰু $C(5,\ 2)$।

সমাধান ঃ



ABC ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ হ'ল : $A\ (4,-6), B(3,-2)$আৰু $C\ (5,2)$।

ধৰা হ'ল CD এটা মধ্যমা । অৰ্থাৎD, AB বাহুৰ মধ্যবিন্দু হ'ব। আমি জাঁনো যে এটা মধ্যমা, এটা ত্ৰিভুজক দুটা সমান কালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে ।

$\therefore D$ বিন্দুৰ স্থানাংক $= \left(\frac{4+3}{2}, \frac{-6-2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, -\frac{8}{2}\right) = (3.5,-4)$

$\therefore \Delta CDA$ -ৰ কালি

$$= \frac{1}{2}\{4(-4) - 3.5(-6) + 3.5 \times 2 - 5(-4) + 5(-6) - 4 \times 2\}$$

$$= \frac{1}{2}\{-16 + 21 + 7 + 20 - 30 - 8\}$$

$$= \frac{1}{2}\{48 - 54\} = \frac{1}{2} \times -6 = -3 = 3$$ বৰ্গএকক ।

[−বৰ্জ্জিত । কাৰণ ত্ৰিভুজৰ কালি ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে]

আকৌ, ΔCDA -ৰ কালি

$$= \frac{1}{2}\{5(-4) - 3.5 \times 2 + 3.5(-2) - 3(-4) + 3 \times 2 - 5(-2)\}$$

$$= \frac{1}{2}\{-20 - 7 - 7 + 12 + 6 + 10\}$$

$$= \frac{1}{2}\{28 - 34\}$$

$$= \frac{1}{2}(-6) = -3 = 3$$ বৰ্গ একক ।

[−বৰ্জ্জিত । কাৰণ ত্ৰিভুজৰ কালি ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে]

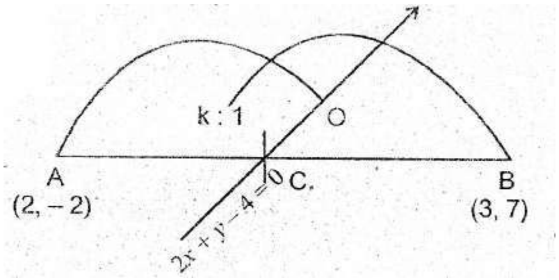
$\therefore \Delta ADC$ -ৰ কালি= ΔCDB-ৰ কালি= 3 বৰ্গ একক ।

$\therefore$ এটা মধ্যমা, এটা ত্ৰিভুজক দুটা সমান কালি বিশিষ্ট ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে ।

অনুশীলনী -7.4 (ঐচ্ছিক)

প্ৰশ্ন 1. $2x + y - 4 = 0$ ৰেখাই $A(2, -2)$আৰু $B\ (3, 7)$ বিন্দু সংযোগীৰেখাক ভাগ কৰা অনুপাতটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ



$2x + y - 4 = 0$ ৰেখাই $A(2, -2)$আৰু $B\ (3, 7)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাক $C\ (x, y)$

$\therefore C$ বিন্দুৰ স্থানাংক

$$k = \frac{3k+2\times1}{k+1} = \frac{3k+2}{k+1}$$

আৰু, $y = \frac{7k+(-2)\times1}{k+1} = \frac{7k-2}{k+1}$

$\therefore C\left(\frac{3k+2}{k+1}, \frac{7k-2}{k+1}\right)$ বিন্দু , $2x + y - 4 = 0$ ৰেখাৰ ওপৰত অৱস্থান কৰে ।

$\therefore 2\left(\frac{3k+2}{k+1}\right) + \frac{7k-2}{k+1} - 4 = 0$

$\Rightarrow \frac{6k+4+7k-24k-4}{k+1} = 0$

$\Rightarrow 9k - 2 = 0$

$\Rightarrow 9k = 2$

$\Rightarrow k = \frac{2}{9}$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় অনুপাত $= k:1 = \frac{2}{9}:1 = 2:9$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 2. x আৰু y ৰ মাজৰ এটা সম্পৰ্ক উলিওৱা, যদি $(x, y), (1, 2)$ আৰু $(7, 0)$ বিন্দুকেইটা একৰেখীয় ।

সমাধান ঃ

ধৰো, বিন্দুত্ৰয় হ'ল ঃ $A\ (x, y) B\ (1, 2)$ আৰু $C\ (7, 0)$প্ৰদত্ত বিন্দুত্ৰয় । অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজৰ কালি শূণ্য হ'ব ।

$\therefore \Delta ABC$ -ৰ কালি

$\Rightarrow \frac{1}{2}[2x - y + 0 - 14 + 7y - 0] = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[2x + 6y - 14] = 0$

$\Rightarrow x + 3y - 7 = 0,$ ই হ'ল নিৰ্ণেয় x আৰু y -ৰ মাজত থকা সম্পৰ্ক ।

প্ৰশ্ন 3. $(6, -6), (3, -7)$আৰু $(3, 3)$বিন্দুৰে যোৱা বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ উলিওৱা ।

সমাধান ঃ

$0(x, y)$হ'ল বৃত্তৰ নিৰ্ণেয় কেন্দ্ৰ আৰু এই বৃত্ত $P(6, -6), Q(3, -7)$আৰু $R\ (3, 3)$ বিন্দুত্ৰয় গামী ।

$\therefore$ একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধবোৰ সমান ।

$\therefore OP = OQ = OR$

$\Rightarrow OP^2 = OQ^2 = OR^2$

এতিয়া, $(OP)^2 = (OQ)^2$

$\Rightarrow (x - 6)^2 + (y + 6)^2 = (x - 3)^2 + (y + 7)^2$

$\Rightarrow x^2 + 36 - 12x + y^2 + 36 + 12y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 49 + 14y$

$\Rightarrow -12x + 12y + 72 = -6x + 14y + 58$

$\Rightarrow -6x - 2y + 14 = 0$

$\Rightarrow 3x + y - 7 = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$

আকৌ, $(OQ)^2 = (OR)^2$

$\Rightarrow (x-3)^2 + (y+7)^2 = (x-3)^2 + (y-3)^2$

$\Rightarrow (y+7)^2 = (y-3)^2$

$\Rightarrow y^2 + 49 + 14y = y^2 + 9 - 6y$

$\Rightarrow 20y = -40$

$\Rightarrow y = -\frac{40}{20} = -2$

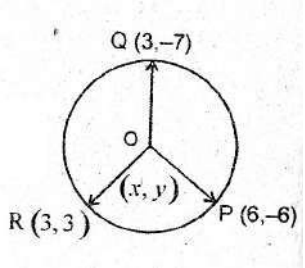
এতিয়া, $y = -2$, (1) নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ ঃ

$3x + y - 7 = 0$

$\Rightarrow 3x - 2 - 7 = 0$

$\Rightarrow 3x = 9$

$\Rightarrow x = 3$



$\therefore$ নিৰ্ণেয় বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ $= (3, -2)$ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 4. এটা বৰ্গৰ দুটা বিপৰীত শীৰ্ষ বিন্দু হ'ল $(-1, 2)$ আৰু $(3, 2)$। বৰ্গৰ আন দুটা শীৰ্ষবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

$ABCD$ বৰ্গৰ দুটা বিপৰীত শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক $(-1, 2)$আৰু $(3, 2)$। ধৰা হ'ল C শীৰ্ষ বিন্দু স্থানাংক (x, y)।

$\therefore$ বৰ্গ প্ৰতিটো বাহু সমান ।

$\therefore AC = BC$

$\Rightarrow (AC)^2 = (BC)^2$

$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2$

$\Rightarrow (x+1)^2 = (x-3)^2$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow 8x = 8$

$\Rightarrow x = \frac{8}{8} = 1 \ldots\ldots\ldots..(1)$

এতিয়া, ACB সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ ঃ

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (x-3)^2 + (y-2)^2 = (3+1)^2 + (2-2)^2$

$$\Rightarrow x^2+2x+1+y^2-4y+4+x^2+6x+9+y^2-4y+4=16$$

$$\Rightarrow 2x^2+2y^2-4x-8y+2=0$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-2x-4y+1=0 \ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$$

এতিয়া, $x=1, (ii)$ নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ ঃ

$$(1)^2+y^2-2\times 1-4y+1=0$$

$$\Rightarrow\ y^2-4y=0$$

$$\Rightarrow y(y-4)=0$$

$$\therefore y=0,4$$

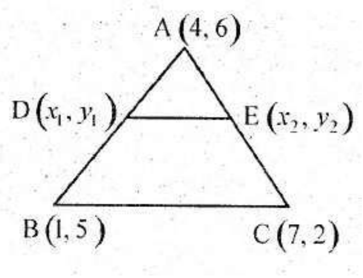
$\therefore$ নিৰ্ণেয় শীৰ্ষবিন্দু দিটাৰ স্থানাংক $(1,0)$ আৰু $(4,0)$।

প্ৰশ্ন **6.** ΔABC ৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা $A(4,6),\ B(1,5)$ আৰু $C\ (7,2)$। এডাল ৰেখা এনেভাৰে টনা হ'ল যে ই AB আৰু AC ক ক্ৰমে D আৰু E বিন্দুত ছেদ কৰে আৰু তেতিয়া $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$ হয় । ΔADE ৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা আৰু এই মান ΔABC ৰ কালিৰ লগত তুলনা কৰা । (উপপাদ্য 6.2 আৰু 6.6 মনত পেলোৱা)।

সমাধান ঃ

$A(4,6),\ B(1,5)$ আৰু $C\ (7,2)$ক্ৰমে ΔABC ৰ শীৰ্ষবিন্দু ত্ৰয় । এটা ৰেখাখণ্ড এনেদৰে অংকন কৰা হ'ল , যাতে AB আৰু AC -ক ক্ৰমে D আৰু E বিন্দুত ছেদ কৰে আৰু $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$ হয় ।

$\therefore$ D আৰু E, AB আৰু AC ক $1:3$ অনুপাতত বিভক্ত কৰে ।



$\therefore$ D- বিন্দুৰ স্থানাংক ঃ

$$x_1=\frac{1(1)+3(4)}{1+3}=\frac{1+12}{4}=\frac{13}{4}$$

আৰু, $y_1=\frac{1(5)+3(6)}{1+3}=\frac{5+18}{4}=\frac{23}{4}$

$\therefore$ D- বিন্দুৰ স্থানাংক ঃ $\left(\frac{13}{4},\frac{23}{4}\right)$

এতিয়া, E- বিন্দুৰ স্থানাংক ঃ

$x_2 = \frac{1(7)+3(4)}{1+3} = \frac{7+12}{4} = \frac{19}{4}$

আৰু, $y_2 = \frac{1(2)+3(6)}{1+3} = \frac{2+18}{4} = \frac{20}{4} = 3$

∴ E-ৰ স্থানাংক ঃ $\left(\frac{13}{4}, \frac{23}{4}\right)$

∴ ΔADE-ৰ কালি

$= \frac{1}{2}\left[4 \times \frac{23}{4} - 6 \times \frac{13}{4} + \frac{13}{4} \times 5 - \frac{19}{4} \times \frac{23}{4} + \frac{19}{4} \times 6 - 4 \times 5\right]$

$= \frac{1}{2}\left[23 - \frac{39}{2} + \frac{65}{4} - \frac{437}{16} + \frac{57}{2} - 20\right]$

$= \frac{1}{2}\left[3 - \frac{39}{2} + \frac{65}{4} - \frac{437}{16} + \frac{57}{2}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{48-312+260-437+456}{16}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{764-749}{16}\right] = \frac{1}{2} \times \frac{15}{16} = \frac{15}{32}$ বৰ্গ একক ।

আকৌ, ΔABC-ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[20 - 6 + 2 - 35 + 42 - 8]$

$= \frac{1}{2}[64 - 49] = \frac{15}{2}$ বৰ্গ একক ।

∴ $\frac{\Delta ADE\text{-ৰ কালি}}{\Delta ABC\text{-ৰ কালি}} = \frac{\frac{15}{32}}{\frac{15}{2}} = \frac{\overset{1}{15}}{\underset{16}{32}} \times \frac{2}{15} = \frac{1}{16}$

$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2$ অথবা, $\left(\frac{AE}{AC}\right)^2$

∴ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$

প্ৰশ্ন 7. $ABCD$ আয়তটো $A\ (-1,-1)\ B(-1,4), C(5,4)$আৰু $D\ (5,-1)$ বিন্দু কেইটাৰে গঠিত । P, Q, R আৰু S বিন্দু কেইটা AB, BC, CD আৰু AD ৰ মধ্যবিন্দু । $PQRS$ চতুৰ্বুজটো বৰ্গ নে ? নে আয়ত ? নে এটা বম্বাচ ? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা আগবঢ়োৱা ।

সমাধান ঃ

ধৰা হ'ল আয়তক্ষেত্ৰৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ : $A\ (-1,-1)\ B(-1,4), C(5,4)$আৰু $D\ (5,-1)$

∴ P, AB বিন্দুৰ মধ্যবিন্দু ।

∴ P-ৰ স্থানাংক $\left(\frac{-1-1}{2}, \frac{-1+4}{2}\right) = \left(-1, \frac{3}{2}\right)$

∴ Q, BC বাহুৰ মধ্যবিন্দু ।

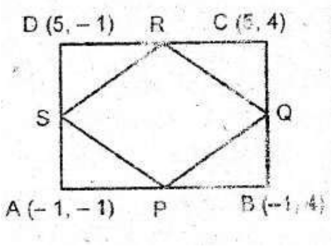
$\therefore$ Q-ৰ স্থানাংক $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{4+4}{2}\right) = (2, 4)$

$\therefore$ R, CD বাহুৰ মধ্যবিন্দু ।

$\therefore$ R-ৰ স্থানাংক $\left(\frac{5+5}{2}, \frac{4-4}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$

$\therefore$ S, AD বাহুৰ মধ্যবিন্দু ।

$\therefore$ S -ৰ স্থানাংক $\left(\frac{5-1}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = (2, -1)$



এতিয়া, $PQ = \sqrt{(2+1)^2 + \left(4 - \frac{5}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{9 + \left(\frac{8-5}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ একক ।

$QR = \sqrt{(5-2)^2 + \left(\frac{3}{2} - 4\right)^2}$

$= \sqrt{3^2 + \left(\frac{3-8}{2}\right)^2} = \sqrt{9 + \frac{25}{4}}$

$= \sqrt{\frac{36+25}{4}} = \sqrt{\frac{61}{2}}$ একক ।

$\therefore QR = \sqrt{(2-5)^2 + \left(0 - \frac{3}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{36+9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ একক ।

আৰু, $SP = \sqrt{(-1-2)^2 + \left(\frac{5}{2} - 0\right)^2}$

$= \sqrt{9 + \frac{25}{4}}$

$= \sqrt{\frac{61}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{2}$ একক

আকৌ, $PR = \sqrt{(5+1)^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{(6)^2 + 1}$

$$= \sqrt{36+1}$$

$$= \sqrt{37}$$ একক

আৰু , $QS = \sqrt{(2-2)^2 + 4 - 0)^2}$

$$= \sqrt{0+16} = 4$$ একক ।

∴ ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা লক্ষ্য কৰা যায় যে, $PQ = RS$ আৰু $QR = SP, PR \neq QR$

অৰ্থাৎ, চতুৰ্ভুজটোৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান কিন্তু কৰ্ণ দুটা সমান নহয় ।

∴ $PQRS$ চতুৰ্ভুজটো এটা ৰম্বাচ ।

প্ৰশ্ন 8. $(-4, 7)$, (অনুপাত $1:4$)

সমাধান ঃ $x_1 = -4, y^1 = 7$

$$x_2 = -2, y_2 = -5$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{mx_2+nx_1}{m+n} = \frac{1\times(-2)+4\times(-4)}{1+4} = \frac{-2-16}{5} = \frac{-18}{5}$$

$$y = \frac{my_2+ny_1}{m+n} = \frac{1\times(-5)+4\times(7)}{1+4} = \frac{-5+28}{5} = \frac{23}{5}$$

∴ অন্তৰ্বিভক্তকৰা বিন্দুটোৰ স্থানাংক $\left(\frac{-18}{5}, \frac{23}{5}\right)$

প্ৰশ্ন 9. $(-4, 7), (-2, -5)$ (অনুপাত $1:4$)

সমাধান ঃ $x_1 = -4, y^1 = 7$

$$x_2 = -2, y_2 = -5$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = \frac{mx_2-nx_1}{m-n} = \frac{1\times(-2)-4\times(-4)}{1-4} = \frac{-2+16}{-3} = \frac{14}{3}$$

$$y = \frac{my_2-ny_1}{m-n} = \frac{1\times(-5)-4\times(7)}{1-4} = \frac{-5-28}{-3} = \frac{-33}{-3} = 11$$

∴ অন্তৰ্বিভক্তকৰা বিন্দুটোৰ স্থানাংক $\left(-\frac{14}{3}, 11\right)$

প্ৰশ্ন 10. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা শীৰ্ষ বিন্দু ক্ৰমে $(1\ 3)$ আৰু $(3, 1)$ । ত্ৰিভুজটোৰ ভাৰকেন্দ্ৰৰ স্থানাংক $(2, 1)$ হ'লে তৃতীয় শীৰ্ষ বিন্দুৰ স্থানাংক কিমান ?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল তৃতীয় শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক $(a,\ b)$

$\therefore x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$

$\Rightarrow 2 = \frac{3+1+a}{3}$

$\Rightarrow 6 = 4 + a \ \Rightarrow a = 2$

$\therefore y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

$\Rightarrow 1 = \frac{1+3+b}{3}$

$\Rightarrow 3 = 4 + b \ \Rightarrow b = 3 - 4$

$\Rightarrow b = -1$

∴ তৃতীয় শীৰ্ষবিন্দুৰ স্থানাংক $(2, -1$

প্ৰশ্ন 12. $A(5, -1), B(-1, 7)$ আৰু $C(1, 2)$ এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু হ'লে $\angle A$ -ৰ অন্তৰ্দ্বিখণ্ডৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

ΔABC- ৰ কালি

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[5(7-2) + (-1) + (2+1) + 1(-1-7)]$

$= \frac{1}{2}[5 \times 5 - 3 - 8]$

$= \frac{1}{2}[25 - 11] = \frac{1}{2}[14]$

$= \frac{1}{2} \times 14 = 7$

আকৌ, $AB = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-7)^2}$

$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

$BC = \sqrt{-1-1)^2 + (7-2)^2}$

$= \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

$CA = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

∴ $\angle A$ অৰ অন্তৰ্দ্বিখণ্ডত অৰ্থাৎ AM অৰ দৈৰ্ঘ্য হ'ল –

$\therefore \frac{1}{2} \times AM \times BC = 7$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times AM \times \sqrt{29} = 7 \quad \Rightarrow AM = \frac{14}{\sqrt{29}}$