ষষ্ঠ অধ্যায় ত্ৰিভুজ [TRIANGLES]

অনুশীলনী –6.1

প্ৰশ্ন 1. কাষৰ বন্ধনীত দিয়া শুদ্ধ শব্দৰ সহায়ত খালী ঠাই পূৰ কৰা ।

(i) সকলোবোৰ বৃত্তই ______________ (সৰ্বসম, সদৃশ) ।

(ii) সকলোবোৰ বৰ্গই ____________ (সৰ্বসম, সদৃশ) ।

(iii) সকলো __________ ত্ৰিভুজ সদৃশ (সমদ্বিবাহু, সমবাহু) ।

(iv) সমসংখ্যক বাহু থকা দুটা বহুভুজ সদৃশ হব যদিহে (a) সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবিলাক __________ আৰু

(b) সিহঁতৰ অনুৰূপ বাহুবিলাক__________ (সমান, সমানুপাতিক) ।

সমাধান ঃ **(i)** সদৃশ **(ii)** সদৃশ **(iii)** সমবাহু ত্ৰিভুজ

(iv) (a) সমান **(b)** সমানুপাতিক ।

প্ৰশ্ন 2. তলত উল্লেখ কৰা বিলাকৰ দুটা ভিন্ন উদাহৰণ দিয়া ঃ

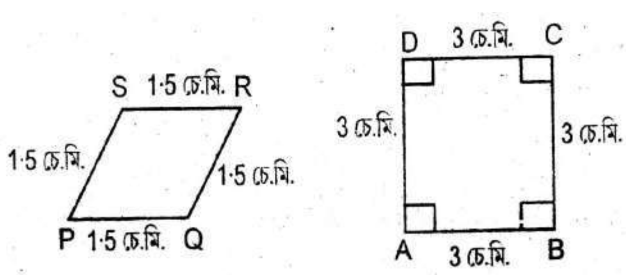
(i) এযোৰ সদৃশ চিত্ৰৰ **(ii)** এযোৰ অসদৃশ চিত্ৰৰ ।

সমাধান ঃ

(i) (1) সকলো সমবাহু সদৃশ চিত্ৰ আৰু (2) দুটা বৰ্গ সদৃশ চিত্ৰ ।

(ii) **(1)** এটা ত্ৰিভুজ আৰু চতুৰ্ভুজ অসদৃশ চিত্ৰ । আৰু (2) এটা বৰ্গ আৰু এটা ৰম্বাচ অসদৃশ চিত্ৰ ।

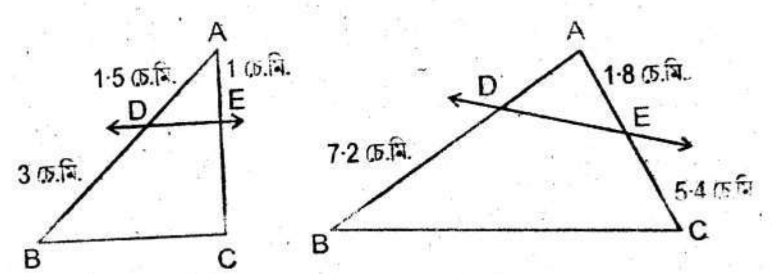
প্ৰশ্ন 3. তলত দিয়া চতুৰ্ভুজ দুটা সদৃশ হয়নে নহয় উল্লেখ কৰ –



সমাধান ঃ চতুৰ্ভুজ দুটা সদৃশ নহয় । কাৰণ সিহঁতৰ অনুৰূপ কোণবোৰ সমান নহয় ।

অনুশীলনী – 6.2

প্ৰশ্ন $1.$ চিত্ৰ 6.17ৰ (i) আৰু (ii)ত, $DE \parallel BC$. এতিয়া (i) ৰ পৰা EC আৰু (ii) ৰ পৰা AD উলিওৱা ।



সমাধান ঃ

(i) ΔABC -ৰ $DE \parallel BC$ [দিয়া আছে]

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ [সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore \frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$

$\Rightarrow EC = \frac{3}{1.5}$

$\Rightarrow EC = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}\times\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} = 2$

$\therefore EC = 2$ ছে.মি. ।

(i) ΔABC -ৰ $DE \parallel BC$ [দিয়া আছে]

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.5}{5.4}$ $\Rightarrow AD = \frac{1.8\times 7.2}{5.4}$

$\Rightarrow AD = \frac{\overset{3}{\cancel{18}}\times\overset{8}{\cancel{72}}}{10\times\underset{6}{\cancel{54}}} = \frac{24}{1}$

$\Rightarrow AD = 2.4$

$\therefore AD = 2.4$:ছে.মি. ।

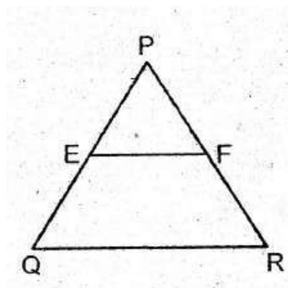
প্ৰশ্ন 2. ΔPQR ৰ PQ আৰু PR বাহুৰ ওপৰত ক্ৰমে E আৰু F দুটা বিন্দু । তলৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত $EF \parallel QR$ হয়নে উল্লেখ কৰা –

$(i) PE = 3.9cm, EQ = 3cm. PF = 3.6cm$ আৰু $FR = 2.4cm$

$(ii) PE = 4cm, QE = 4.5cm. PF = 8cm$ আৰু $FR = 9cm$

$(iii) PQ = 1.28cm, PR = 2.56cm. PF = 0.18cm$ আৰু $FR = 0.36cm$

সমাধান ঃ E আৰু F যথাক্ৰমে ΔPQR -ৰ PQ আৰু PR-বাহুৰ ওপৰত অৱস্থিত দুটা বিন্দু ।



(i) দিয়া আছে ঃ

$PE = 3.9$ ছে.মি., $EQ = 3$ ছে.মি. ।

$PF = 3.6$ ছে.মি., $FR = 2.4$ ছে.মি. ।

$\therefore \frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = \frac{39}{30} = \frac{13}{10} = 1.3$

আকৌ, $\frac{PE}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{ER}$

$\therefore EF, QR$-ৰ সমান্তৰাল নহয় ।

(ii) প্ৰদত্ত ঃ

$PE = 4$ ছে.মি., $QE = 4.5$ ছে.মি. ।

$PF = 8$ ছে.মি., $RF = 9$ ছে.মি. ।

$\therefore \frac{PE}{QE} = \frac{4}{4.5} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9} \ldots\ldots\ldots.(1)$

আকৌ, $\frac{PE}{FR} = \frac{8}{9} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$

$\therefore (1)$ আৰু (2)-ৰ পৰা পোৱা যায় যে –

$\therefore \frac{PE}{QE} \neq \frac{PF}{RF} \Rightarrow EF \parallel QR.$

(iii) প্ৰদত্ত ঃ

$PQ = 1.28$ ছে.মি., $PR = 2.56$ ছে.মি. ।

$PE = .18$ ছে.মি., $RF = 0.36$ ছে.মি. ।

$\therefore \quad ER = PR - PF = 2.56 - 0.36 = 2.20$ ছে.মি.।

$PE = .18$ ছে.মি., $RF = 0.36$ ছে.মি. ।

ইয়াত, $\frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.10} = \frac{18}{110} = \frac{9}{55} \ldots\ldots\ldots.(1)$

আকৌ, $\frac{PF}{FR} = \frac{0.36}{2.20} = \frac{36}{220} = \frac{9}{55} \ldots\ldots\ldots.(2)$

$\therefore (1)$ আৰু (2)-ৰ পৰা পোৱা যায় যে –

$\therefore \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR} \Rightarrow EF \| QR.$

প্ৰশ্ন 3. চিত্ৰ 6.18ত, যদি $LM \ \| \ CB$ আৰু $EN \ \| \ CD$,প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$.

সমাধান ঃ

প্ৰদত্তঃ ΔABC-ৰ $ML \ \| \ BC$

$\therefore \qquad \frac{AM}{MB} = \frac{AL}{LC} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

আকৌ , ΔACB-ৰ $LN \ \| \ DC$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore \qquad \frac{AN}{ND} = \frac{AL}{LC} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

এতিয়া, (1) আৰু (2) -ৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{D}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AM} = \frac{ND}{AN}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{AM} + 1 = \frac{ND}{AN} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{MB+AM}{AM} = \frac{ND+AN}{AN}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AD}{AN} \ (\therefore MB + AM = AB \text{ আৰু } ND + AN = AD)$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} \quad [\text{প্ৰমাণিত}]$$

প্ৰশ্ন 4. চিত্ৰ 6.19, ত $DE \parallel AC$ আৰু $DF \parallel AE$. প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

সমাধান ঃ

ΔABC-ৰ $DE \parallel AC$ [প্ৰদত্ত]

$\therefore \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \ldots \ldots \ldots . (1)$

আকৌ, ΔABE-ৰ $DF \parallel AE.$

$\therefore \frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$

$\therefore$ (1) আৰু (2)-ৰ পৰা পোৱা যায় যে –

$\frac{BE}{EC} = \frac{BF}{FE}$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 5. চিত্ৰ 6.20ত, $DE \parallel OQ$ আৰু $DF \parallel OR$ দেখুওৱা $EF \parallel QR.$

সমাধান ঃ

(i) প্ৰদত্ত ঃ ΔPQR-ৰ $DE \parallel OQ$ আৰু $DF \parallel OR$

(ii) প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে –

$EF \parallel QR$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ΔPQO-ৰ $ED \parallel QO$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore \quad \frac{PD}{DO} = \frac{PE}{EQ} \ldots \ldots \ldots . . (1)$

আকৌ, ΔPOR-ৰ $DF \parallel OR$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore \quad \frac{PD}{DO} = \frac{PF}{FR} \ldots \ldots \ldots . . (2)$

$\therefore$ (1) আৰু (2)-ৰ পৰা পোৱা যায় যে –

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR} \Rightarrow EF \parallel QR$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 6. চিত্ৰ 6. 21ত A, B আৰু C বিন্দু তিনিটা ক্ৰমে OP, OQ আৰু OR ৰ ওপৰত আছে যাতে $AB \parallel PQ$ আৰু $AC \parallel PR.$ দেখুওৱা যে, $BC \parallel QR$

সমাধান ঃ

প্ৰদত্ত ঃ A, B আৰু C আৰু OP, OQ আৰু OR বিন্দত্ৰয় ক্ৰমে আৰু বাহু তিনিটাৰ ওপৰত এনেদৰে স্থাপন কৰা হৈছে

যাতে $AB \parallel PQ$ আৰু $AC \parallel PR$ হয় ।

প্ৰামাণ্য ঃ $BC \parallel QR$

প্ৰমাণ ঃ OPQ ত্ৰিভুজৰ $AB \parallel PQ$(প্ৰদত্ত)

$$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

আকৌ, OPR ত্ৰিভুজৰ $AC \parallel PR$(প্ৰদত্ত)

$$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR} \ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$$

এতিয়া, (1) আৰু (2) ৰ পৰা

$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

$\therefore$ $BC \parallel QR$ [প্ৰমাণিত]

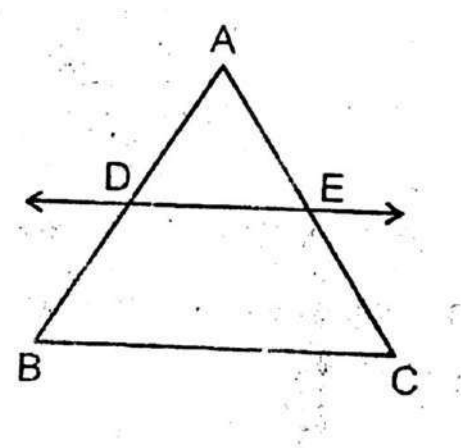
প্ৰশ্ন 7. উপপাদ্য 6.1 ৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ মধ্যবিন্দুৰে যোৱাকৈ টনা ৰেখাডাল যদি আন এটা বাহুৰ সমান্তৰাল হয়, তেনেহলে ৰেখাডালে তৃতীয় বাহুটোক দ্বিখণ্ডিত কৰিব । (মনত পেলোৱা, এইটো তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত প্ৰমাণ কৰিছিলা)।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ D, ABC ত্ৰিভুজৰ AB-ৰ মধ্যবিন্দু, অৰ্থাৎ $AD = DB$ । এটা ৰেখা, BC-ৰ সমান্তৰাল কৰি অংকন কৰাতে, ই AC-ক E বিন্দুত ছেদ কৰে । অৰ্থাৎ $DE \parallel BC$

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ E, AC-ৰ মধ্যবিন্দু ।

(iii) প্ৰমাণ ঃ



$\therefore$ D, AB -ৰ মধ্যবিন্দু ।

$\therefore AD = DB$ (প্ৰদত্ত)

$$\therefore \frac{AD}{BD} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

আকৌ, ABC ত্ৰিভুজৰ $DE \parallel BC$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$\therefore$ (1) আৰু (2)-ৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{AE}{EC} = 1 \Rightarrow AE = EC$$

$\therefore E, AC$-ৰ মধ্যবিন্দু ।[প্ৰমাণিত]

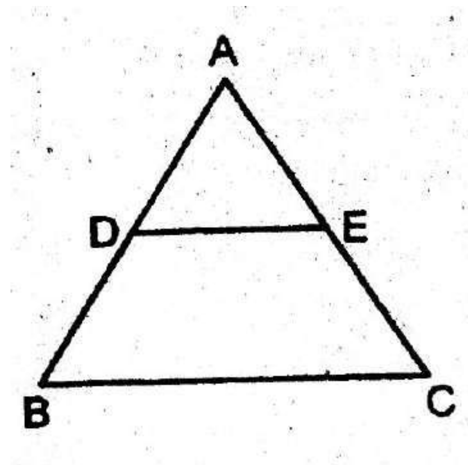
প্ৰশ্ন 8. উপপাদ্য $\boldsymbol{6.2}$ ৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাডাল তৃতীয় বাহুৰ সমান্তৰাল । (মনত পেলোৱা, এইটো তোমালোকে নৱম শ্ৰেণীত প্ৰমাণ কৰিছিলা)।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\boldsymbol{ABC}$ ত্ৰিভুজৰ $\boldsymbol{AB}$ আৰু $\boldsymbol{AC}$ বাহু দুটাৰ ওপৰত $\boldsymbol{D}$ আৰু $\boldsymbol{E}$ দুটা মধ্যবিন্দু এনেদৰে স্থাপন কৰা হ'ল, যাতে $\boldsymbol{AD = BD}$ আৰু $\boldsymbol{AE = EC}$ হয় । $\boldsymbol{D}$ আৰু $\boldsymbol{E}$ সংযোগ কৰা হ'ল ।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\boldsymbol{DE \parallel BC}$-ৰ মধ্যবিন্দু ।

(iii) প্ৰমাণ ঃ $\boldsymbol{D, AB}$ -ৰ মধ্যবিন্দু ।



$\therefore \boldsymbol{AD = DB}$

$\Rightarrow \frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{BD}} = \boldsymbol{1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\boldsymbol{1})$

$\therefore \boldsymbol{E, AC}$ -ৰ মধ্যবিন্দু ।

$\therefore \boldsymbol{AE = EC}$

$\therefore \frac{\boldsymbol{AR}}{\boldsymbol{EC}} = \boldsymbol{1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\boldsymbol{2})$

$\therefore$ (1) আৰু $(\boldsymbol{2})$-ৰ পৰা –

$\frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{BD}} = \frac{\boldsymbol{AE}}{\boldsymbol{EC}}$

$\therefore \boldsymbol{DE \parallel BC}$ [প্ৰমাণিত]

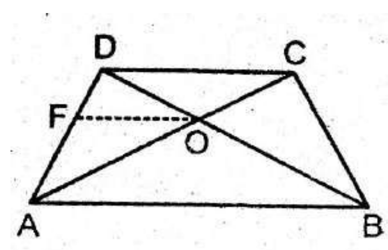
প্ৰশ্ন 9. $\boldsymbol{ABCD}$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $\boldsymbol{AB \parallel DC}$ আৰু ইয়াৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ $\boldsymbol{O}$ বিন্দু ছেদিত হয় । দেখুওৱা যে $\frac{\boldsymbol{AO}}{\boldsymbol{BO}} = \frac{\boldsymbol{CO}}{\boldsymbol{DO}}$

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\boldsymbol{ABCD}$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $\boldsymbol{AB \parallel DC}$. $\boldsymbol{AC}$ আৰু $\boldsymbol{BD}$ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰক $\boldsymbol{O}$ বিন্দু ছেদ কৰিছে ।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\frac{\boldsymbol{DO}}{\boldsymbol{OB}} = \frac{\boldsymbol{OC}}{\boldsymbol{OA}}$

(iii) অংকন ঃ $\boldsymbol{O}$ বিন্দুৰ মাজেৰে, $\boldsymbol{FO \parallel DC \parallel AB}$ টনা হ'ল ।



(iv) প্ৰমাণ ঃ $\boldsymbol{DAB}$ ত্ৰিভুজৰ $\boldsymbol{FO \parallel AB}$ [অংকন মতে]

$\therefore \frac{\boldsymbol{DF}}{\boldsymbol{FA}} = \frac{\boldsymbol{DO}}{\boldsymbol{OB}} \ldots\ldots\ldots\ldots (\boldsymbol{1})$

আকৌ, $\boldsymbol{DCA}$ ত্ৰিভুজৰ $\boldsymbol{FO \parallel DC}$ [অংকন মতে]

$\therefore \frac{\boldsymbol{DF}}{\boldsymbol{FA}} = \frac{\boldsymbol{CO}}{\boldsymbol{OA}} \ldots\ldots\ldots\ldots (\boldsymbol{2})$

এতিয়া, (1) আৰু $(\boldsymbol{2})$-ৰ পৰা – $\therefore \frac{\boldsymbol{DO}}{\boldsymbol{OB}} = \frac{\boldsymbol{CO}}{\boldsymbol{OA}}$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন **10.** $ABCD$ চতুৰ্ভুজটোৰ কৰ্ণদুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত এনেভাৱে ছেদ কৰে যে $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$।

দেখুওৱা যে $ABCD$ এটা ট্ৰেপিজিয়াম ।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $ABCD$ এটা চতুৰ্ভুজ । ইয়াৰ AC আৰু BD কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰক O বিন্দুত এনেদৰে ছেদ বা কটাকটি কৰে যাতে, $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ হয় ।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $ABCD$ এটা ট্ৰেপিজিয়াম ।

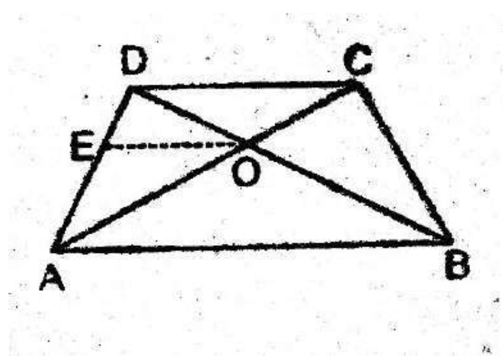
(iii) অংকন ঃ O বিন্দুৰ মাজেৰে,

$EO \parallel AB$ টনা হ'ল আৰু ই AD বাহুক E বিন্দুত ছেদ কৰে ।

(iv) প্ৰমাণ ঃ ΔDAB-ৰ $EO \parallel AB$

$\therefore \frac{DF}{EA} = \frac{DO}{OB} \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$

কিন্তু, $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ (প্ৰদত্ত)



$\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$

$\Rightarrow \frac{CO}{AO} = \frac{DO}{BO}$

$\Rightarrow \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{AO} \ldots\ldots\ldots(2)$

$\therefore$ (1) আৰু (2)-ৰ পৰা পাওঁ –

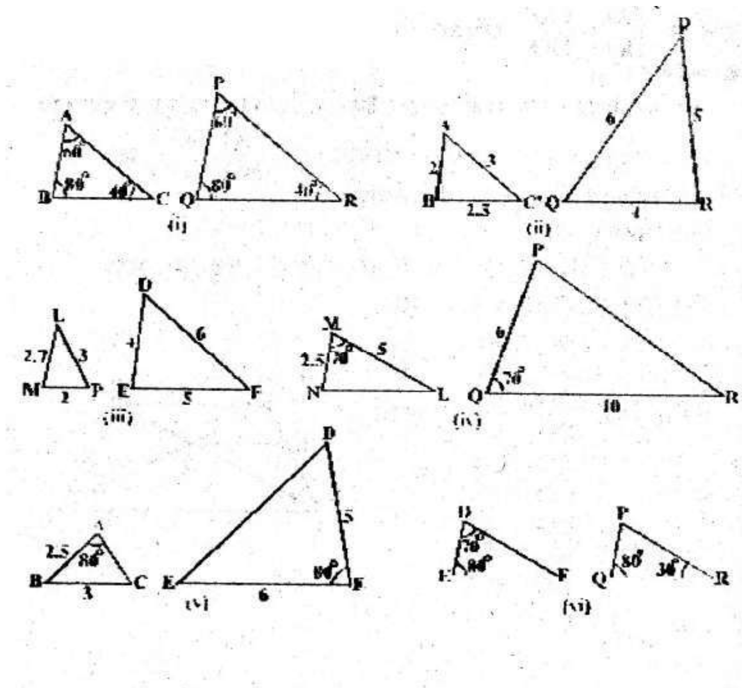
$\frac{DE}{EA} = \frac{CO}{AO}$

$\therefore EO \parallel DC$ আৰু $AB \parallel DC$

$\therefore ABCD$ চতুৰ্ভুজটো এটা ট্ৰেপিজিয়াম । [প্ৰমাণিত]

অনুশীলনী – 6.3

প্ৰশ্ন **1.** চিত্ৰ 6.34 ত দিয়া ত্ৰিভুজবিলাকৰ কোণবিলাক যোৰ সদৃশ উল্লেখ কৰা । উত্তৰটো দিয়াৰ ক্ষেত্ৰত কি সাদৃশ্য চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰিলা লিখা আৰু সদৃশ হোৱা ত্ৰিভুজবিলাক প্ৰতীকেৰে প্ৰকাশ কৰা ।



সমাধান ঃ

(i) ΔABC আৰু ΔPQR দুটাৰ,

$\angle A = \angle P$ [প্ৰতিটো কোণ $= 60^0$]

$\angle B = \angle Q$ [প্ৰতিটো কোণ $= 80^0$]

আৰু, $\angle C = \angle R$ [প্ৰতিটো কোণ $= 40^0$]

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ [$A - A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

(ii) ΔABC আৰু ΔPQR দুটাৰ,

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{AC}{PQ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{BC}{PR} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

(1) , (2) আৰু (3)-ৰ পৰা পাওঁ –

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{AC}{PQ} = \frac{BC}{PR} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta QRP$ [$S - S - S$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

(iii) ΔLMP আৰু ΔDEF দুটাৰ,

$$\frac{MP}{DE} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{PL}{DF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{LM}{EF} = \frac{2.7}{5} = \frac{27}{50}$$

ইয়াত $\frac{MP}{DE} = \frac{PL}{DF} \neq \frac{LM}{EF}$

$\therefore$ ত্ৰিভুজ দুটা সদৃশ নহয় ।

(iv) ΔMNL আৰু ΔPQR দুটাৰ,

$$\frac{ML}{QR} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\angle M = \angle Q = 70^0$$

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$\therefore \Delta MNL \sim \Delta PQR$ [$S - A - S$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

(v) ΔABC আৰু ΔDEF দুটাৰ,

$$\frac{AB}{DF} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\angle B \neq \angle F$$

$\therefore \Delta ABC$ আৰু ΔDEF সাদৃশ্য নহয়।

(v) ΔDEF-ৰ পৰা –

$$\angle D = 70^0, \angle E = 80^0$$

$$\therefore \angle D + \angle E + \angle F - 180^0$$

$\Rightarrow 70^0 + 80^0 + \angle F = 180^0$ [$\therefore$ এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি= 180^0]

$\Rightarrow 150^0 + \angle F = 180^0$

$\Rightarrow \angle F = 180^0 - 150^0 = 30^0$

আকৌ, ΔPQR-ৰ পৰা –

$\angle Q = 80^0, \angle R = 30^0$

$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R = 180^0$

` $\Rightarrow \angle P + 80^0 + 30^0 = 180^0$

` $\Rightarrow \angle P + 180^0 - 110^0 = 70^0$

$\therefore$ ΔDEF আৰু ΔPQR দুটাৰত,

$\angle D = \angle P = 70^0$

$\angle E = \angle Q = 80^0$

$\angle F = \angle R = 30^0$

$\therefore \Delta DEF \backsim \Delta PQR$ [$A - A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

প্ৰশ্ন 2. চিত্ৰ 6.35ত, $\Delta ODC \sim \Delta OBA, \angle BOC = 125^{\ 0}$ আৰু $\angle CDO = 70^0$ ।
$\angle DOC, \angle\ DCO$ আৰু $\angle OAB$ নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধন ঃ

প্ৰদত্ত ঃ $\angle BOC = 125^0, \angle CDO = 70^0$

$\angle DOC = ?,\ \angle DCO = ?, \angle OAB = ?$

$\therefore DOB$ এটা সৰলৰেখা ।

$\therefore\ \angle DOC +\ \angle COB = 180^0$ [ৰৈখিৰ যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ]

$\Rightarrow \angle DOC +\ 125^0 = 180^0$

$\Rightarrow \angle DOC +\ 180^0 - 125^0 = 55^0$

$\therefore\ \angle DOC +\ \angle AOB = 55^0$ [বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ]

কিন্তু, $\Delta ODC \sim \Delta OBA$

$\therefore \angle D = \angle B = 70^0$

ΔDOC-ৰ পৰা –

$\angle D + \angle O + \angle C = 180^0$

$\Rightarrow \mathbf{70^0 + 55^0 \angle C = 180^0}$

$\Rightarrow \angle \mathbf{C = 18^0 - 125^0 = 55^0}$

$\therefore \angle \boldsymbol{DOC} = \mathbf{55^0}$

$\angle \boldsymbol{DCA} = \mathbf{55^0}$

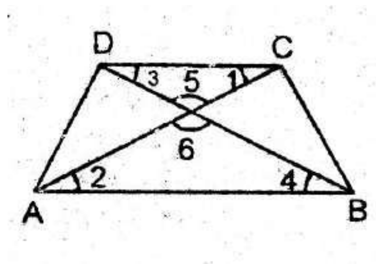
আৰু $\angle \boldsymbol{OAB} = \mathbf{55^0}\ \Delta$ Ans.

প্ৰশ্ন 3. $\boldsymbol{ABCD}$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $\boldsymbol{AB} \parallel \boldsymbol{DC}$ আৰু $\boldsymbol{AC}$ আৰু $\boldsymbol{BD}$কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক $\boldsymbol{O}$ বিন্দুত ছেদ কৰে । দুটা ত্ৰিভুজৰ কোনো সাদৃশ্য চৰ্ত ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা যে $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\boldsymbol{ABCD}$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $\boldsymbol{AB} \parallel \boldsymbol{DC}$ আৰু কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক $\boldsymbol{O}$ বিন্দুত ছেদ কৰে।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\frac{AO}{OC} = \frac{OB}{OD}$



(iii) প্ৰমাণ ঃ

$\therefore \boldsymbol{AB} \parallel \boldsymbol{DC}$, $\boldsymbol{AC}$ আৰু $\boldsymbol{DB}$ দুটা ছেদক ।

$\therefore \angle \boldsymbol{r} = \angle \mathbf{2}$ [একান্তৰ কোণ]

$\angle 5 = \angle 6$ [বিপৰীত শীৰ্ষক কোণ]

আৰু $\angle \mathbf{3} = \angle \mathbf{4}$ [একান্তৰ কোণ]

$\therefore \Delta \boldsymbol{DOC} \sim \Delta \boldsymbol{BOA}$ [$\boldsymbol{A - A - A}$ সাদৃশ্য উপপাদ্য ।

$\therefore \frac{DO}{BO} = \frac{OC}{OA}$

$\Rightarrow \frac{DO}{OC} = \frac{BO}{DO}$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 4. চিত্ৰ $\mathbf{6.36}$ত, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ আৰু$\angle \mathbf{1} = \angle \mathbf{2}$. দেখুওৱা যে $\Delta \boldsymbol{PQS} \sim \Delta \boldsymbol{TQR}$ ।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ চিত্ৰত, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ আৰু $\angle \mathbf{1} = \angle \mathbf{2}$.

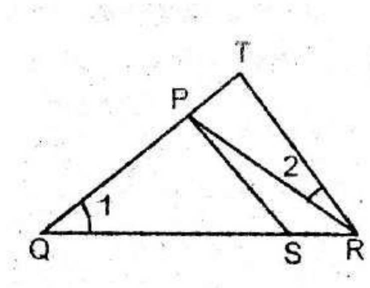
(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\Delta \boldsymbol{PQS} \sim \Delta \boldsymbol{TQR}$

(iii) প্ৰমাণ ঃ $\Delta \boldsymbol{PQR}$ ত্ৰিভুজৰ $\angle \mathbf{1} = \angle \mathbf{2}$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore \boldsymbol{PR} = \boldsymbol{PQ}$ [$\because$ সমান কোণৰ বিপৰীত বাহু সমান]

আৰু $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ (প্ৰদত্ত)

$\Rightarrow \frac{QR}{QS} = \frac{QT}{QR}$ $[\because PR = PQ]$



$\Rightarrow \frac{QS}{QR} = \frac{PQ}{QT}$

$\therefore \Delta PQS$ আৰু ΔTQR দুটাত

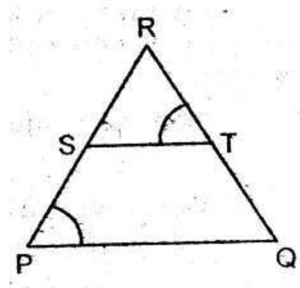
$\frac{QS}{QR} = \frac{PQ}{QT}$ আৰু $\angle 1 = \angle 1$ (সাধাৰণ)

$\therefore \Delta PQS \sim \Delta TQR$ [SAS সাদৃশ্য উপপাদ্য] (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 5. ΔPQR ৰ PR আৰু QR বাহুৰ ওপৰত S আৰু T দুটা বিন্দু যাতে $\angle P = \angle RTS$. দেখুওৱা যে $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$.

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ΔPQR-ৰ PR আৰু QR বাহুদ্বয়ৰ ওপৰত দুটা বিন্দু S আৰু T এনেদৰে স্থাপন কৰা আছে যাতে $\angle P = \angle RTS$



(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ΔRPQ আৰুΔRTS-ৰ পৰা

$\angle RPQ = \angle RTS$ (প্ৰদত্ত)

$\angle R = \angle R$ (সাধাৰণ কোণ)

$\therefore \Delta RPQ \sim \Delta RTS$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য] (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 6. চিত্ৰ 6.37ত যদি $\Delta ABE \cong \Delta ACD$, দেখুওৱা যে $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ ।

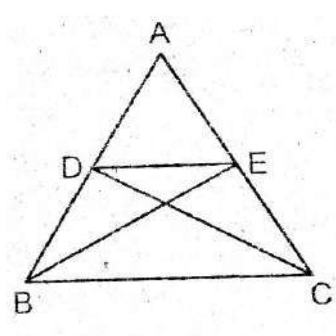
সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\Delta ABE \cong \Delta ACD$

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

(iii) প্ৰমাণ ঃ

$\therefore \Delta ABE \cong \Delta ACD$



$\therefore$ AB=AC আৰু $AE = AD$

$\therefore \frac{AB}{AC} = 1 \ldots\ldots\ldots..(1)$

আৰু $\frac{AE}{AD} = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$

এতিয়া, (1) আৰু (2)-ৰ পৰা –

$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

$\therefore \Delta ADE$ আৰু ΔABC-ৰ পৰা

$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}, \angle A = \angle A$ [সাধাৰণ কোণ]

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ [SAS সাদৃশ্য উপপাদ্য] (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 7. চিত্ৰ 6.38ত ΔABC ৰ AD আৰুCE উন্নতি দুডালে পৰস্পৰক বিন্দুত ছেদ কৰে । দেখুওৱা যে

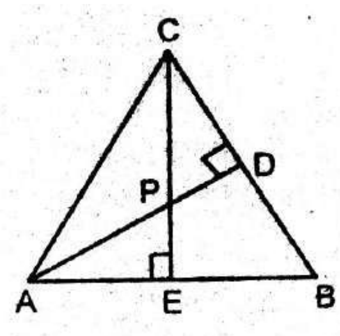
$(i)\Delta AEP \sim \Delta CDP$ $(ii)\Delta ABD \sim \Delta CBE$

$(iii)\Delta AEP \sim \Delta ADB$ $(iv)\Delta PDC \sim \Delta BED$

সমাধান ঃ

(1) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ΔABC ৰ $AD \perp AB$

আৰু $CE \perp AB$



(2) প্ৰামাণ্য ঃ $(i)\Delta AEP \sim \Delta CDP$

$(ii)\Delta ABD \sim \Delta CBE$

$(iii)\Delta AEP \sim \Delta ADB$

$(iv)\Delta PDC \sim \Delta BEC$

(3) প্ৰমাণ ঃ

$(i) AEP$ আৰু CDP ত্ৰিভুজ দুটাৰ পৰা

$\angle E = \angle D = 90^0$

$\angle APE = \angle CPD$ [বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ]

$\therefore \Delta AEP \sim \Delta CDP$[$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$(ii) ABD$ আৰু CBE ত্ৰিভুজৰ

$\angle D = \angle E = 90^0$

$\angle B = \angle B$ [সাধাৰণ কোণ]

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta CBE$[$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$(iii)\Delta AEP$ আৰু ΔADB ত্ৰিভুজৰ

$\angle E = \angle D = 90^0$,

$\angle A = \angle A$ [সাধাৰণ কোণ]

$\therefore\ \Delta AEP \sim \Delta ADB$[$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$(iv)\Delta PDC$ আৰু ΔBEC ত্রিভুজৰ

$\angle D = \angle E = 90^0$,

$\angle C = \angle C$ [সাধাৰণ কোণ]

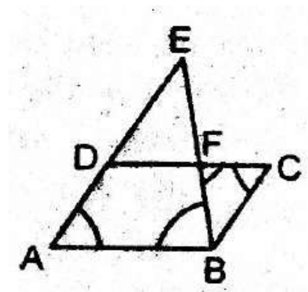
$\therefore\ \Delta PDC \sim \Delta BEC$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

প্ৰশ্ন 8. $ABCD$ সামান্তৰিকৰ AD বাহুৰ বৰ্ধিত অংশত E টা বিন্দু আৰু BE ৰেখাই CD ক F বিন্দু ছেদ কৰে ।

দেখুওৱা যে $\Delta ABE \sim \Delta CFB$।

সমাধান ঃ

(1) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $ABCD$ এটা সামান্তৰিক । AD বাহুক E লৈ বৰ্ধিত কৰা হল । BE বাহু, DC বাহুক F বিন্দুত ছেদ কৰে



(2) প্ৰামাণ্য ঃ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$

(3) প্ৰমাণ ঃ ABE আৰু CFB ত্রিভুজ দুটাৰ পৰা পোৱা যায় –

$\angle A = \angle C$ [সামান্তৰিক বিপৰীত কোণ]

আৰু $\angle ABE = \angle CFB$ [একান্তৰ কোণ]

$\therefore\ \Delta ABE \sim \Delta CFB$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

প্ৰশ্ন 9. 6.39 চিত্ৰত ABC আৰু AMP দুটা সমকোণী ত্রিভুজ । ইহঁতৰ সমকোণ দুটা ক্ৰমে B আৰু M। প্ৰমাণ কৰা যে –

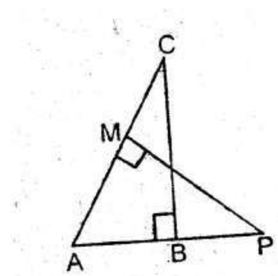
$(i)\Delta ABC \sim \Delta AMP$ $(ii)\ \frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$

সমাধান ঃ

(1) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC আৰু AMP দুটা সমকোণী ত্রিভুজ । সিহঁতৰ $\angle B = 90^0$ আৰু $\angle M = 90^0$

(2) প্ৰামাণ্য ঃ $(i)\Delta ABC \sim \Delta AMP$

$(ii)\ \frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$



(3) প্ৰমাণ ঃΔABC আৰু ΔAMP ত্রিভুজ দুটাৰ পৰা পোৱা যায় যে

$\angle A = \angle A$ [সাধাৰণ কোণ]

$\angle B = \angle M = 90^0$

$(i)\ \therefore \Delta ABC \sim \Delta AMP$

$[A - \angle A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য $]$

(ii) $\therefore \Delta ABC \sim \Delta AMP$

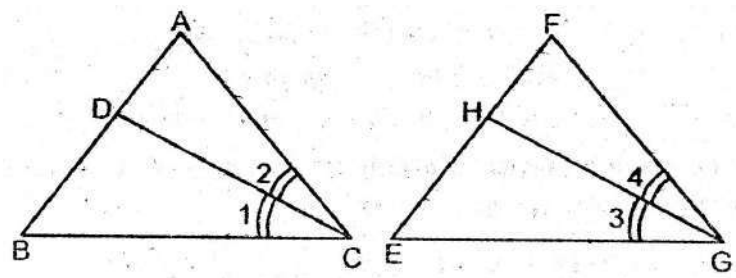
$\therefore \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{MP}$

$\Rightarrow \frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন **10.** ΔABC আৰু $\angle EFG$ ৰ AB আৰু FE বাহুত ক্ৰমে D আৰু H দুটা বিন্দু । CD আৰু GH ক্ৰমে $\angle ACB$ আৰু$\angle EGF$ৰ সমদ্বিখণ্ডক । যদি $\Delta ABC \sim \Delta FEG$, দেখুওৱা যে–

$(i) \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$ $(ii) \Delta DCB \sim \Delta HGE$ $(iii) \Delta DCA \sim \Delta HGF$

সমাধান ঃ



(1) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC আৰু EFG ত্ৰিভুজৰ CD আৰু GH, $\angle ACB$ আৰু $\angle EGF$ -ৰ সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় ।

অৰ্থাৎ, $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ আৰু $\Delta ABC \sim \Delta FEG$

(2) প্ৰামাণ্য ঃ $(i) \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

$(ii) \Delta DCB \sim \Delta HGE$

$(iii) \Delta DCA \sim \Delta HGF$

(3) প্ৰমাণ ঃ

(i) $\therefore$ $\Delta ABC \sim \Delta FEG$

$\therefore$ $\angle A = \angle F$; $\angle B = \angle E$

আৰু $\angle C = \angle G$

$\therefore \angle C = \angle G$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} \angle G$

$\Rightarrow$ $\angle 2 = \angle 4$ অথবা $\angle 1 = \angle 3$

এতিয়া, ΔACD আৰু ΔFGH ত্ৰিভুজ দুটাত

$\angle A = \angle F$ আৰু $\angle 2 = \angle 4$

$\therefore\ \Delta ACD \sim \Delta FGH$

[$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore\ \frac{CD}{GH} = \frac{AG}{FG}$ [প্ৰমাণিত]

$(ii)\Delta DCB$ আৰু ΔHGE ত্ৰিভুজ দুটাত

$\angle B = \angle E; \angle 1 = \angle 3$

$\therefore\ \Delta DCB \sim \Delta HGE$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$(ii)\Delta DCA$ আৰু ΔHGF ত্ৰিভুজ দুটাত পৰা

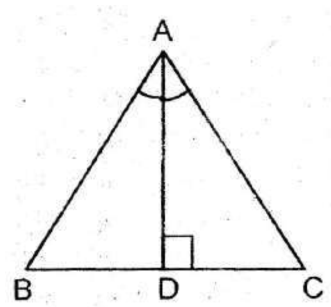
$\angle A = \angle F; \angle 2 = \angle 4$

$\therefore\ \Delta DCA \sim \Delta HGF$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

প্ৰশ্ন 11. ABC ত্ৰিভুজৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু আৰু $\angle ADC = \angle BAC$. দেখুওৱা যে $CA^2 = CB.CD$.

সমাধান ঃ

(1) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC ত্ৰিভুজৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দুটো এনেদৰে স্থাপন কৰা হৈছে যাতে $\angle ADC = \angle BAC$ হয় ।



(2) প্ৰামাণ্য ঃ $CA^2 = BC \times CD$

(3) প্ৰমাণ ঃ ΔABC আৰু ΔADC ত্ৰিভুজ

দুটাত $\angle C = \angle C$ (সাধাৰণ)

$\angle BAC = \angle ADC$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore\ \Delta ACD \sim \Delta DAC$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore\ \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$

$\Rightarrow\ AC^2 = BC \times DC$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 12. 6 মি. ওখ এটা উল্লম্ব ফুটাৰ ভূমিত হোৱা ছাঁৰ দীঘ 4 মি. আৰু একে সময়তে এটা টাৱাৰৰ ছাঁৰ দীঘ 28 মি. টাৱাৰটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা ।

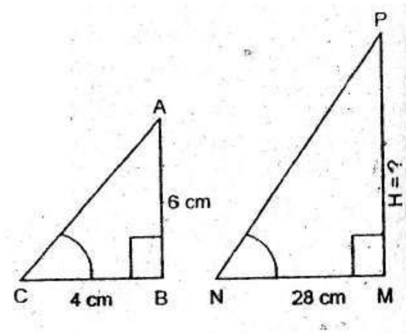
সমাধান ঃ উল্লম্ব খুটাৰ দৈৰ্ঘ্য $= 6$ মি.

খুটাৰ ছাঁৰ দৈৰ্ঘ্য $= 4$ মি.

ধৰা হ'ল টাৱাৰ উচ্চতা $= H$ মি.

টাৱাৰৰ ছাঁৰ দৈৰ্ঘ্য $= 28$ মি.

এতিয়া, ΔABC আৰু ΔPNM-ৰ পৰা



$\angle \boldsymbol{C} = \angle \boldsymbol{N} = \mathbf{90^0}$;

$\angle \boldsymbol{B} = \angle \boldsymbol{M}$

$\therefore \Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{PNM}$ [$\boldsymbol{A - A}$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore \frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{PM}} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{MN}}$

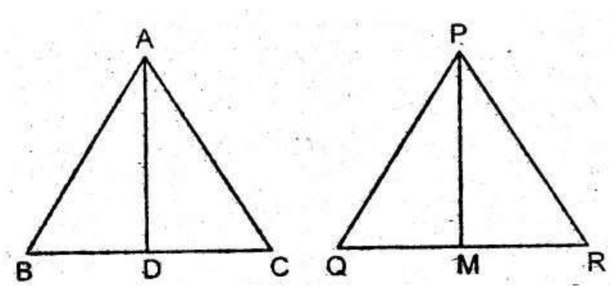
$\Rightarrow \frac{\mathbf{6}}{\boldsymbol{H}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{2}}$

$\Rightarrow \boldsymbol{H} = \frac{\mathbf{6 \times 28}}{\mathbf{4}} = \mathbf{6 \times 7 = 42}$

$\therefore$ **টাৱাৰৰ উচ্চতা** $= \mathbf{42}$ **মিটাৰ (উত্তৰ)**

প্ৰশ্ন 13. $\boldsymbol{ABC}$ **আৰু** $\boldsymbol{PQR}$ **ত্ৰিভুজ দুটাৰ মধ্যমা ক্ৰমে** $\boldsymbol{AD}$ **আৰু** $\boldsymbol{PM}$ **যদি** $\Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{PQR}$**, তেন্েহ প্ৰমাণ কৰা যে,**$\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{PQ}} = \frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{PM}}$

সমাধান ঃ



(**1**) **বিশেষ সূত্ৰ ঃ** $\boldsymbol{AD}$ **আৰু** $\boldsymbol{PM}$ **ক্ৰমে** $\boldsymbol{ABC}$ **আৰু** $\boldsymbol{PQR}$ **ত্ৰিভুজ দুটাৰ**

মধ্যমাদ্বয় আৰু $\Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{PQR}$ ।

(**2**) **প্ৰামাণ্য ঃ** $\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{PQ}} = \frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{PM}}$

(**3**) **প্ৰমাণ ঃ**

$\therefore \Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{PQR}$

$\therefore \frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{PQ}} = \frac{\boldsymbol{BC}}{\boldsymbol{QR}} = \frac{\boldsymbol{AC}}{\boldsymbol{PR}}$

$\therefore \angle \boldsymbol{A} = \angle \boldsymbol{P}; \angle \boldsymbol{B} = \angle \boldsymbol{Q}\ ; \angle \boldsymbol{C} = \angle \boldsymbol{R}$

$\therefore \boldsymbol{D}, \boldsymbol{BC}$ **-ৰ মধ্যবিন্দু**

$\therefore \boldsymbol{BD} = \boldsymbol{DC} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{BC} \ldots\ldots\ldots\ldots (\mathbf{1})$

আকৌ, $\therefore$ M, QR-ৰ মধ্যবিন্দু

$\therefore QM = MR = \frac{1}{2}QR$ ………….(2)

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{2BD}{2QM}$ [(1) আৰু (2) -ৰ পৰা]

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$

$\therefore \angle ABD \sim PQM$ [প্ৰদত্ত]

$\Delta ABC \sim \Delta PQM$ [$S - A - S$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

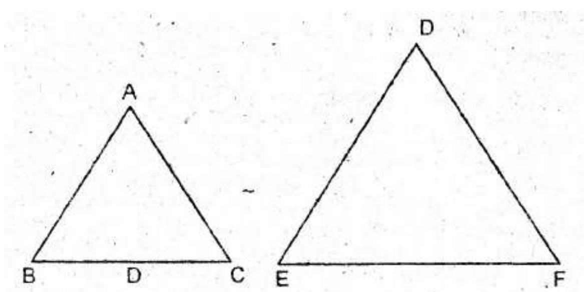
$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ [প্ৰমাণিত]

অনুশীলনী -6.4

প্ৰশ্ন 1. ধৰা $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ আৰু সিহঁতৰ কালি ক্ৰমে $64cm^2$ আৰু $121\ cm^2$ 1 যদি $EF = 15.4cm$, BC উলিওৱা ।

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত ঃ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$; ABC ত্ৰিভুজৰ কালি $= 64$ ছে.মি.^{2};

DEF ত্ৰিভুজৰ কালি $= 121cm^2$; $EF = 15.4cm^2$ । $BC = ?$



$\therefore \frac{\text{ABC ত্ৰিভুজৰ কালি}}{\text{DEF ত্ৰিভুজৰ কালি}} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \frac{64}{121} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \frac{64}{121} = \frac{BC^2}{(15.4)^2}$

$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4} \Rightarrow BC = \frac{8\times15.4}{11} = \frac{8\times15.4}{11}$

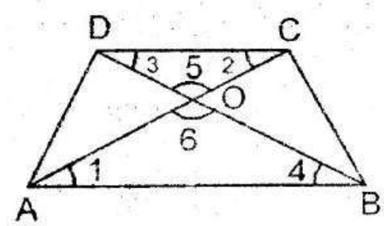
$\Rightarrow BC = (8 \times 1.4)cm \ \Rightarrow BC = 11.2\ cm.$

প্ৰশ্ন 2. $ABCD$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ আৰু কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত ছেদ কৰে। যদি $AB = 2CD, AOB$ আৰু COD ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত উলিওৱা ।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $ABCD$ ট্ৰেপিজিয়ামৰ $AB \parallel DC$ আৰু কৰ্ণ দুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত ছেদ কৰে । আৰু $AB = 2CD$ ।

AOB ত্ৰিভুজৰ কালি আৰু ত্ৰিভুজৰ কালিৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰিব লাগে ।



ΔAOB আৰু ΔCOD ত্ৰিভুজ দুটাত

$\angle 1 = \angle 2$ [একান্তৰ কোণ]

$\angle 3 = \angle 4$ [একান্তৰ কোণ]

আৰু $\angle 5 = \angle 6$ [বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ]

$\therefore \Delta AOB \sim \Delta COD$ [$\boldsymbol{A - A - A}$ **সাদৃশ্য উপপাদ্য**]

$$\therefore \frac{\Delta AOB \text{ -ৰ কালি}}{\Delta COD \text{ -ৰ কালি}} = \frac{AB^2}{CD^2}$$

$$= \frac{(2CD)^2}{CD} = \frac{4CD^2}{CD^2} = \frac{4}{1}$$

$\therefore \Delta AOB$ -ৰ কালি : ΔCOD -ৰ কালি $= 4:1$ নিৰ্ণেয় অনুপাত ।

প্ৰশ্ন 3. যদি দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ কালি সমান, প্ৰমাণ কৰা যে সিহঁত সৰ্বসম ।

সমাধান ঃ

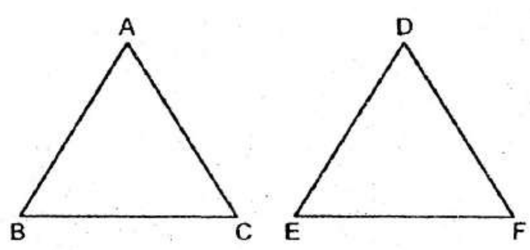
(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ আৰু সিহঁতৰ কালি সমান ।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

(iii) প্ৰমাণ ঃ $\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ -ৰ কালি}}{\Delta DBC \text{ -ৰ কালি}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$\Rightarrow \frac{BC^2}{EF^2} = 1$



$\therefore [\Delta ABC \sim \Delta DEF]$

$\Rightarrow BC^2 = EF^2$

$\Rightarrow BC = EF$

আকৌ , $\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\therefore \angle B = \angle E ; \angle C = \angle F$ আৰু $BC = EF$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ [$A - S - A$ স্বীকাৰ্য্য মতে] (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 4. শুদ্ধ উত্তৰটোত (√) চিন দিয়া আৰু যুক্তি দিয়া ।

ABC আৰু BDE দুটা সমবাহু ত্ৰিভুজ আৰু BC বাহুৰ মধ্যবিন্দু D । ABC আৰু BDE ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালিৰ অনুপাত হ'ব।

$(A) 2:1$ $(B)\ 1:2$ $(C)\ 4:1$ $(D) 1:4$

সমাধান ঃ ΔABC আৰু ΔBDE দুটা সমবাহু ত্ৰিভুজ । D, BC -ৰ মধ্যবিন্দু ।

$\therefore BD = DC = \frac{1}{2} BC$

ধৰা হ'ল প্ৰতিটো বাহুৰ জোখ $= 2a$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDE$

$$\therefore \frac{\text{কালি } (\Delta ABC)}{\text{কালি } (\Delta BDE)} = \frac{AB^2}{BD^2}$$

$$= \frac{(2a)^2}{(a)^2} = \frac{4a}{a} 2 = \frac{4}{1} = 4:1$$

$\therefore$ শুদ্ধ উত্তৰটো হ'ব $(C) 4:1$

প্ৰশ্ন 5. দুটা সদৃশ ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ অনুপাত $4:9$ । এই ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালিৰ অনুপাত হ'ল -

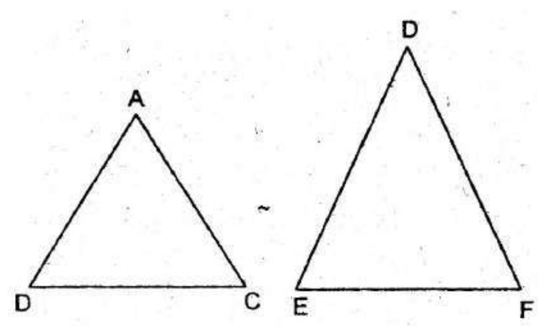
$(A)\ 2:3$ $(B)\ 4:9$ $(C) 81:16$ $(D) 16:81$

সমাধান ঃ

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{4}{9}$

$$\therefore \frac{\text{কালি } (\Delta ABC)}{\text{কালি } (\Delta DEF)} = \frac{AB^2}{BD^2}$$



$$= \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81} = 16:81$$

$\therefore$ শুদ্ধ উত্তৰটো হ'ব (D)

অনুশীলনী – 6.5

প্ৰশ্ন **1.** ত্ৰিভুজৰ কিছুমান বাহুৰ দীঘ তলত দিয়া হ'ল । ইয়াৰে কোনবিলাক সমকোণী ত্ৰিভুজ উলিওৱা । সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত অতিভুজডালৰ দীঘ লিখা ।

$(i) 7cm,\ 24cm,\ 25cm$ $\quad (ii)\ 3cm,\ 8cm,\ 6cm$

$(iii) 50cm,\ 80cm,\ 100cm$ $\quad (iv) 13cm,\ 12cm,\ 5cm$

সমাধানঃ

1. (i) ধৰা হ'ল ABC ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ দীঘ $AB = 7cm, BC = 24cm, AC = 25cm,$

$\therefore AB^2 + BC^2 = (7)^2 + (24)^2$

$= 49 + 576 = 625$

আকৌ, $AC^2 = (25)^2 = 625$

$\therefore AB^2 = BC^2 = AC^2$

$\therefore \Delta ABC$ এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । অতিভুজ ডালৰ দীঘ $= 25cm.$

1. (ii) ধৰা হ'ল PQR ত্ৰিভুজৰ $PQ = 3cm,\ PQ = 8cm,\ PR = 6cm.$

$\therefore PQ^2 + PR^2 = (3)^2 + (6)^2$

$= 9 + 36 = 45$

$\therefore OR^2 = (8)^2 = 64$

ইয়াত, $PQ^2 = PR^2 \neq OR^2$ অৰ্থাৎ পিথাগোৰাচৰ সূত্ৰ সিদ্ধ নহয় ।

$\therefore \Delta PQR$ সমকোণী ত্ৰিভুজ নহয় ।

1. (iii) ধৰা হ'ল MNP ত্ৰিভুজৰ $MN = 50cm,\ NP - 80cm,\ MP = 100cm.$

$\therefore MN^2 + NP^2 = (50)^2 + (80)^2$

$= 2500 + 6400$

$= 8900$

$\therefore MP^2 = (100)^2 = 10000$

ইয়াত, $MN^2 = NP^2 \neq MP^2$

$\therefore \Delta MNP$ সমকোণী ত্ৰিভুজ নহয় ।

1. (iv) ধৰা হ'ল ABC ত্ৰিভুজৰ $AB = 13cm,\ BC = 12cm,\ AC = 5cm.$

$\therefore BC^2 + AC^2 = (12)^2 + (5)^2$

$= 144 + 25$

$= 169$

$\therefore AB^2 = (13)^2 = 169$

$\therefore BC^2 = AC^2 = AB^2$

$\therefore \Delta MNP$ এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ অতিবুজ $AB = 13cm.$

প্ৰশ্ন 2. PQR ত্ৰিভুজৰ P কোণ সমকোণ আৰু QR -ৰ ওপৰত M এটা বিন্দু । যদি $PM \perp QR$, দেখুওৱা যে $PM^2 = QM.MR$

সমাধাণ ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ΔPQR এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ $\angle P = 90^0$ আৰু QR -ৰ ওপৰত M এটা বিন্দু এনেদৰে স্থাপন কৰা হৈছে যাতে $PM \perp QR$ ।

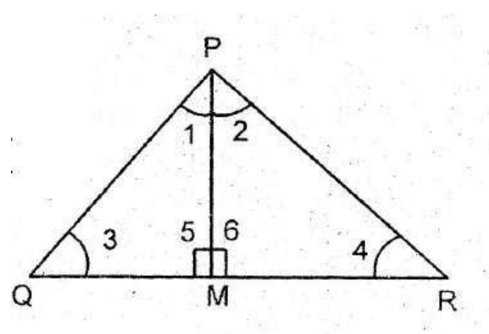
(ii) দেখুওৱাব লাগে যে ঃ $PM^2 = QM \times MR$

(iii) প্ৰমাণ ঃ

$\angle P = 90^0$ [প্ৰদত্ত]

$\therefore \quad \angle 1 + \angle 2 = 90^0 \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$

$\angle M = 90^0 \quad [\therefore PM \perp QR]$



ΔPMQ-ৰ পৰা –

$\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = 180^0$

$\Rightarrow \quad \angle 1 + \angle 3 + \angle 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow \quad \angle 1 + \angle 3 + \angle 180^0 - 90^0 \ldots\ldots\ldots.(2)$

$\therefore (1)$ আৰু (2)-ৰ পৰা –

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 3$

$\Rightarrow \quad \angle 2 = \angle 3$

এতিয়া, ΔQPM আৰু ΔRPM-ৰ পৰা –

$\angle 2 = \angle 3$

$\angle 5 = \angle 6$ [প্ৰতিটো কোণ]

$\therefore$ $\Delta QMP \sim \Delta PMR$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য]

$\therefore$ $\dfrac{\text{কালি } (\Delta QPM)}{\text{কালি } (\Delta PMR)} = \dfrac{PM^2}{MR^2}$

$\Rightarrow$ $\dfrac{\frac{1}{2}QM \times PM}{\frac{1}{2}RM \times PM} = \dfrac{PM^2}{MR^2}$ [Δ-ৰ কালি $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উন্নতি]

$\Rightarrow$ $\dfrac{QM}{RM} = \dfrac{PM^2}{RM^2}$

$\Rightarrow$ $QM = \dfrac{PM^2}{RM}$

$\Rightarrow$ $PM^2 = QM \times RM$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 3. চিত্ৰ 6.53-ত, ABD এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ যাৰ A কোণটো সমকোণ আৰু $AC \perp BD$. দেখুওৱা যে –

$(i) AB^2 = BC.BD$ $(ii) AC^2 = BC.DC$ $(iii) AD^2 = BD.CD$

সমাধান ঃ

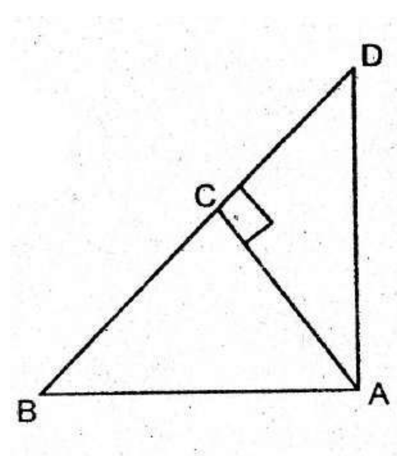
$(i) \Delta DAB$ আৰু ΔDCA -ৰ পৰা

$\angle D = \angle D$ [সাধাৰণ]

$\angle A = \angle C$ [প্ৰতিটো কোণ $= 90^0$]

$\therefore$ $\Delta DAB \sim \Delta DCA$ [$A - A$ সাদৃশ্য উপপাদ্য].............(1)

আকৌ, ΔDAB আৰু ΔACB -ৰ পৰা



$\angle B = \angle B$ [সাধাৰণ]

$\angle A = \angle C$ [প্ৰতিটো কোণ $= 90^0$]

$\therefore$ $\Delta DAB \sim \Delta ACB$ ....(2)

$\therefore$ (1) আৰু (2)-ৰ পৰা –

$\Delta DAB \sim \Delta ACB \sim \Delta DCA$

$\therefore$ $\Delta ACB \sim \Delta DAB$

$$\therefore \quad \frac{\text{কালি } (\Delta ACB)}{\text{কালি } (\Delta DAB)} = \frac{AB^2}{DB^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AC}{\frac{1}{2} \times DB \times AC} = \frac{AB^2}{DB^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{BC}{DB} = \frac{AB^2}{DB^2}$$

$$\Rightarrow \quad BC = \frac{AB^2}{DB}$$

$\Rightarrow \quad AB^2 = BC \times BD$ (দেখুওৱা হ'ল)

(ii) $\Delta ACB \sim \Delta DCA$ (প্ৰমাণ কৰা হৈছে)

$$\therefore \quad \frac{\text{কালি } (\Delta ACB)}{\text{কালি } (\Delta DCA)} = \frac{AC^2}{DC^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AC}{\frac{1}{2} \times DC \times AC} = \frac{AC^2}{DC^2}$$

$\Rightarrow \quad BC = \frac{AC^2}{DC} \Rightarrow AC^2 = BC \times DC$ (দেখুওৱা হ'ল)

(iii) $\Delta DAB \sim \Delta DCA$ (প্ৰমাণ কৰা হৈছে)

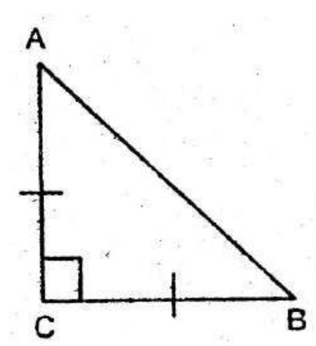
$$\therefore \quad \frac{\text{কালি } (\Delta DAB)}{\text{কালি } (\Delta DCA)} = \frac{DA^2}{DB^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2} \times CD \times AC}{\frac{1}{2} \times BD \times AC} = \frac{DA^2}{DB^2}$$

$\Rightarrow \quad CD = \frac{AD^2}{BD} \Rightarrow AD^2 = BD \times CD$ (দেখুওৱা হ'ল)

প্ৰশ্ন **4.** ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ যাৰ C কোণ খন্‌কোণ । প্ৰমা কৰা যে $AB^2 = 2AC^2$

সমাধান ঃ



(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC এটা সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ $\angle C = 90^0$

(ii) প্ৰমাণ্য ঃ $AB^2 = 2AC^2$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ পৰা পাওঁ -

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

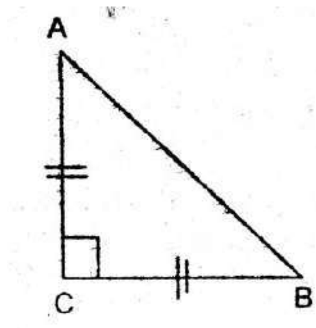
$\Rightarrow \quad AB^2 = AC^2 + AC^2 \quad [\therefore AC = BC]$

$\Rightarrow \quad AB^2 = 2AC^2$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 5. ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ $AC = BC$. যদি $AB^2 = 2AC^2$, প্ৰমাণ কৰা যে ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ।

সমাধান ঃ

(i)বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ । যাৰ $AC = BC$ আৰু $AB^2 = 2AC^2$



(ii) প্ৰমাণ্য ঃ ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ।

(iii) প্ৰমাণ ঃ $AB^2 = 2AC^2$ (প্ৰদত্ত)

$\Rightarrow \quad AB^2 = AC^2 + AC^2$

$\Rightarrow \quad AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad [\because AC = BC]$, ই পিথাগোৰাচৰ সূত্ৰ ।

$\therefore \quad \Delta ABC$ এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ । [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 6. এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ABC ৰ বাহুৰ দীঘ $2a$ । ইয়াৰ প্ৰতিটো উন্নতিৰ দীঘ উলিওৱা ।

সমাধান ঃ

ΔABC এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ প্ৰতিটো বাহু $= 2a$

$AD \perp BC$ টনা হ'ল ।

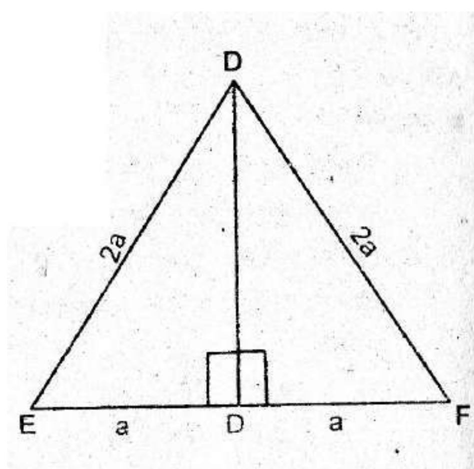
$\therefore AB = AC = BC = 2a$

$\therefore \Delta ADB \cong \Delta ADC$

[$R - H - S$ স্বীকাৰ্য্য মতে]

$\therefore BD = DC = a$

$\therefore$ সমকোণী ত্ৰিভুজ ADB -ৰ পৰা



$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$\Rightarrow (2a)^2 = AD^2 + (a)^2$

$\Rightarrow 4a^2 - a^2 = AD^2$

$\Rightarrow AD = \sqrt{3a^2}$

$\Rightarrow AD = \sqrt{3}a$

$\therefore$ উন্নতি $= \sqrt{3}a$ একক ।

প্ৰশ্ন 7. প্ৰমাণ কৰা যে এটা ৰম্বাচৰ বাহুবিলাকৰ বৰ্গ যোগফল তাৰ কৰ্ণ দুডালৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান ।

সমাধান ঃ

(i)বিশেষ সূত্ৰ ঃ $ABCD$ এটা ৰম্বাচ । ইয়াৰ কৰ্ণদ্বয় AC আৰু BD পৰস্পৰ লম্বভাবে বিন্দুত ছেদ কৰিছে ।

(ii) প্ৰমাণ্য ঃ $AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ৰম্বাছৰ কৰ্ণদ্বয় সমকোণত দ্বি-খণ্ডিত হয় ।

$\therefore AO = CA; BO = DO$

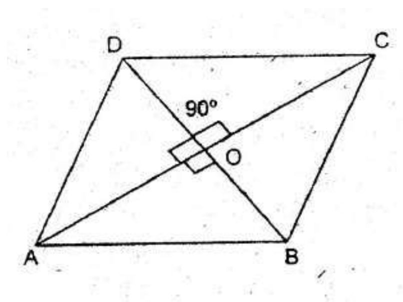
$\therefore \Delta AOB$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$AB^2 = AO^2 + BO^2 \ldots\ldots\ldots..(1)$ [পিথাগোৰাচৰ সূত্ৰ]

অনুৰূপভাবে,

$BC^2 = CO^2 + BO^2 \ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$

$CD^2 = CO^2 + DO^2 \ldots\ldots\ldots\ldots..(3)$



আৰু $DA = DO^2 + AO^2 \ldots\ldots\ldots\ldots..(4)$

$\therefore (1) + (2) + (3) + (4)$ কৰি পোৱা যায় –

$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2$

$= 2AO^2 + 2CO^2 + 2BO^2 + 2DO^2$

$= 4AO^2 + 4BO^2$ [$\therefore AO = CO$ আৰু $BO = DO$]

$= (2AO)^2 + (2BO)^2 = AC^2 + BD^2$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 8. চিত্ৰ 6.54ত, ABC ত্ৰিভুজৰ O এটা অন্তঃস্থ বিন্দু আৰু $OD \perp BC, OE \perp AC$ আৰু $OF \perp AB$, দেখুওৱা যে

$(i) OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2$

$= AF^2 + BD^2 + CE^2$

$(ii) AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2.$

সমাধান ঃ

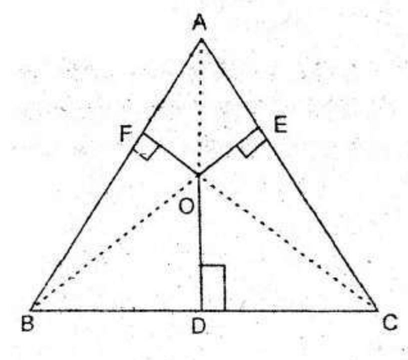
(1) প্ৰদত্ত ঃ ΔABC ত্ৰিভুজত O এটা অন্তঃস্থ বিন্দু আৰু আৰু $OD \perp BC, OE \perp AC$ আৰু $OF \perp AB$

(2) প্ৰামাণ্য ঃ $(i) OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$

$(ii) AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$

(3) অংকনঃ AO, BO আৰু OD সংযোগ কৰা হ'ল ।

(4) প্ৰমাণ ঃ



(i) ΔAFO সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ

$OA^2 = OF^2 + AF^2$ [পিথাগোৰাচৰ সূত্ৰ]

$\Rightarrow AF^2 = OA^2 - OF^2 \ldots\ldots\ldots.(a)$

ΔBDO সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ

$OB^2 = BD^2 + OD^2$

$\Rightarrow BD^2 = OB^2 - OD^2 \ldots\ldots\ldots\ldots.(b)$

ΔCEO সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ

$OC^2 = CE^2 + OE^2$

$\Rightarrow CE^2 = OC^2 - OE^2 \ldots\ldots\ldots\ldots.(c)$

এতিয়া,$(a) + (b) + (c)$ কৰি পাওঁ –

$\therefore AF^2 + CD^2 + CE^2 = OA^2 - OF^2 + OB^2 - OD^2 + OC^2 - OE^2$

$= OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2$ (প্ৰমাণিত)

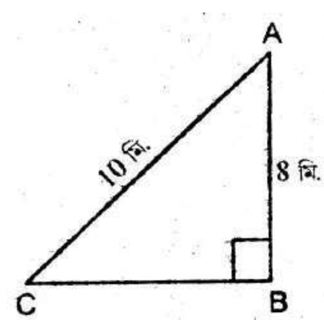
(ii) আকৌ, $AF^2 + BD^2 + CE^2 = (OA^2 - OE^2) + (OC^2 - OD^2)$

$+(OB^2 - OF^2) = AE^2 + CD^2 + BF^2$ (প্ৰমাণিত)

$\left[\therefore AE^2 = AO^2 - OE^2, CD^2 = OC^2 - OD^2,\ BF^2 = OB^2 - OF^2\right]$

প্ৰশ্ন 9. $10m$ দীঘল জখলা এডালে ভূমিৰ পৰা $8m$ ওপৰত থকা খিৰিকি এখন ঢুকি পায় । ৰেবখনৰ পৰা জখলা ডালৰ গুৰিটোৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ



ভূমিৰ পৰা খিৰিকিৰ উচ্চতা $= 8$ মিটাৰ

জখলাৰ দৈৰ্ঘ্য $(AC) =$ 10 মিটাৰ, $BC =?$

$\therefore \Delta ABC$-ৰ পৰা পাওঁ –

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$\Rightarrow (8)^2 + BC^2 = (10)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{36} = 6$$

$\therefore$ বেৰখনৰ পৰা জখলা ডালৰ গুৰিটোৰ দূৰত্ব $(BC) = 6$ মিটাৰ (উত্তৰ)

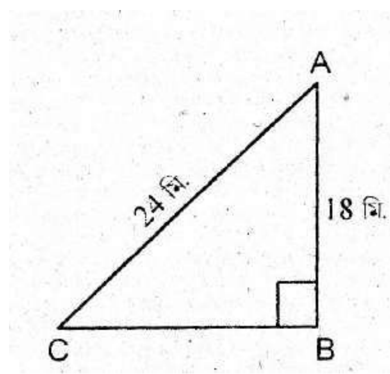
প্ৰশ্ন **10.** **24** মিটাৰ দীঘল এডাল ভাৰ উত্তোলন কৰা জৰী (তাঁৰ) **18** মিটাৰ ওখ উল্লম্ব খুটা এটাত বান্ধি থোৱা আছে আৰু আনটো মূৰত এটা গধুৰ বস্তু বান্ধি থোৱা আছে । খুটাটোৰ গুৰিৰ পৰা তাঁৰডালে কিমান ওপৰলৈ গধুৰ বস্তুটো দাঙি নিলে তাঁৰডাল টনটনীয়া (**taut**) হ'ব ?

সমাধান ঃ

খুটাৰ (**AB**) উচ্চতা = **18** মিটাৰ

জৰী বা তাঁৰৰ (**AC**) দৈৰ্ঘ্য = **24** মিটাৰ

$BC = ?$



$\therefore \Delta ABC$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow (18^2 + BC^2 = (24)^2$$

$$\Rightarrow 324 + BC^2 = 576$$

$$\Rightarrow BC^2 = 576 - 324 = 252$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{252}$$

$$= 6\sqrt{7}$$ মিটাৰ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন **11.** এখন উৰাজাহাজ এয়াৰপৰ্টৰ পৰা উৰা মাৰিলে আৰু ঘন্টা $1000km$ দ্ৰুতিত উত্তৰ দিশে গতি কৰিলে । একে সময়তে, আন এখন উৰাজাহাজ একেটা এয়াৰপৰ্টৰ পৰা পশ্চিম দিশে ঘন্টাত $1200km$ দ্ৰুতিত উৰা মাৰিলে । $1\frac{1}{2}$ ঘন্টাৰ পিচৰ দুয়োখন উৰাজাহাজৰ মাজত দূৰত্ব কিমান হ'ব ?

সমাধান ঃ

প্ৰথম উৰাজাহাজখন উত্তৰ দিশত $1\frac{1}{2}$ ঘন্টাত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব (**OA**)

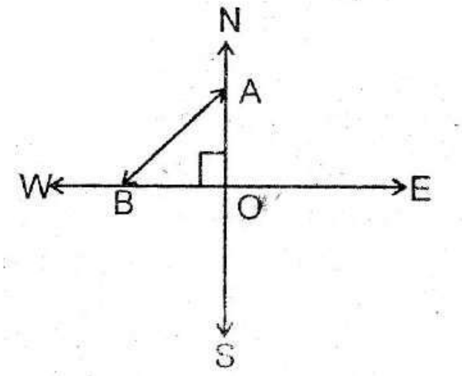
$$= \left(100 \times \frac{3}{2}\right) = 1500\ km.$$

$$\therefore OA = 1500\ km.$$

আকৌ, দ্বিতীয় উৰাজাহাজখন পশ্চিম দিশত $1\frac{1}{2}$ ঘন্টা অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব

$(OB0 = \left(1200 \times \frac{3}{2}\right) = 1800\ km.$

$\therefore \Delta AOB$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ



$\therefore AB^2 = AO^2 + OB^2$

$\Rightarrow (AB)^2 = (1500)^2 + (1800)^2$

$\Rightarrow AB^2 = \sqrt{2250000 + 3240000}$

$\Rightarrow AB^2 = \sqrt{5490000}$

$\Rightarrow AB = 300\sqrt{61}\ km.$

$\therefore$ দুখন উৰাজাহাখনৰ মাদৰ দূৰত্ব $= 300\sqrt{61}\ km.$

প্ৰশ্ন 12. এখন সমতল দুটা স্হস্ত, এটা $6m$ আৰু $11m$ ওখ, থিয় হৈ আছে । যদি স্হস্ত দুটাৰ গুৰি দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব $12m$ তেন্হে সিহঁতৰ আগ দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব কিমান ?

সমাধান ঃ

AB স্হম্ভৰ উচ্চতা $= 11$ মিটাৰ

CD স্হম্ভৰ উচ্চতা $= 6$ মিটাৰ

স্হম্ভৰ দুটাৰ গুৰিৰ মাজৰ দূৰত্ব $(DB) = 12$ মিটাৰ

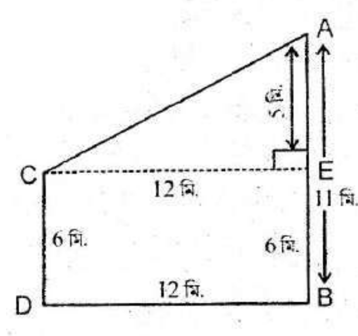
স্হম্ভৰ আগ দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব $(AC) = ?$

C-ৰ পৰা $CE \perp AB$ টনা হ’ল ।

$\therefore BC = DC = 6m.$

$\therefore AE = AB - BE = (11 - 6)$ মিটাৰ $= 5$ মিটাৰ ।

$\therefore\ \Delta AEC$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা ঃ



$AC^2 = AE^2 + EC^2$

$\Rightarrow AC^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$

$= \sqrt{25 + 144}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$

$\therefore$ স্হম্ভ দুটাৰ আগে দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব $= 13$ মিটাৰ ।

প্ৰশ্ন 16. প্ৰমাণ কৰা যে, এটা সমবহু ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গৰ তিনিগুণ তাৰ এডাল উন্নতিৰ বৰ্গৰ চাৰিগুণৰ সমান ।

সমাধান ঃ

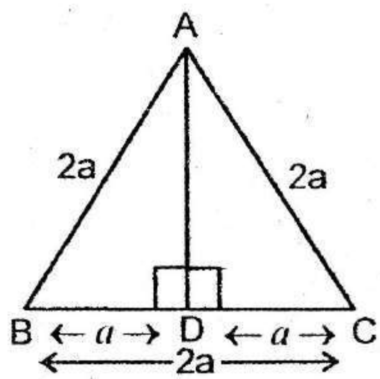
(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\boldsymbol{ABC}$ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ $\boldsymbol{AB = BC = AC}$ । $\boldsymbol{AD \perp DC}$ ।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\boldsymbol{AB^2 = 4AD^2}$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ধৰা হ'ল $\boldsymbol{AB = BC = AC = 2a}$ ।

$\therefore \boldsymbol{AD \perp DC}$

$\therefore \boldsymbol{BD = DC = \frac{1}{2}BC = a}$



$\therefore \boldsymbol{ABD}$ সমকোণী ত্ৰিভুজত,

$\boldsymbol{AB^2 = AD^2 + BD^2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{(2a)^2 = AD^2 + (a)^2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{4a^2 - a^2 = AD^2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{3a^2 = AD^2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{AD^2 = 3a^2}$

$\Rightarrow \boldsymbol{AD^2 = 3\left(\frac{AB}{2}\right)^2} \left[\begin{matrix} \boldsymbol{AB=2a} \\ \Rightarrow \boldsymbol{a = \frac{AB}{2}} \end{matrix}\right]$

$\Rightarrow \boldsymbol{AD^2 = \frac{3AB}{4} \Rightarrow 3AB^2 = 4AD^2}$

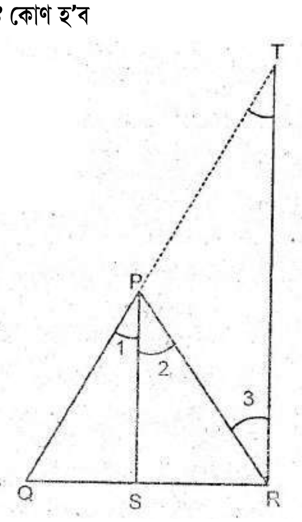
অৰ্থাৎ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গৰ **3** গুণ তাৰ এডাল উন্নতিৰ বৰ্গৰ **4** গুণৰ সমান । (প্ৰমাণিত)

প্ৰশ্ন 17. শুদ্ধ উত্তৰটোত ($\checkmark$) চিন দিয়া আৰু যুক্তি প্ৰদৰ্শন কৰা –

$\boldsymbol{\Delta ABC}$ ৰ $\boldsymbol{AB = 6\sqrt{3}\ cm, AC = 12cm}$ আৰু $\boldsymbol{BC = 6cm.}$ এতিয়া $\boldsymbol{B}$ কোণ হ'ব

$(A)\mathbf{120^0}$ $(B)\mathbf{60^0}$ $(C)\mathbf{90^0}$ $(D)\mathbf{45^0}$

সমাধান ঃ $\boldsymbol{AC = 12cm.}$



$\boldsymbol{AB = 6\sqrt{3}cm, BC = 6cm.}$

$\therefore \boldsymbol{AC^2 = (12)^2 = 144}$

$\therefore \boldsymbol{AB^2 + BC^2(6\sqrt{3})^2 + (6)^2 = 108 + 36 = 144}$

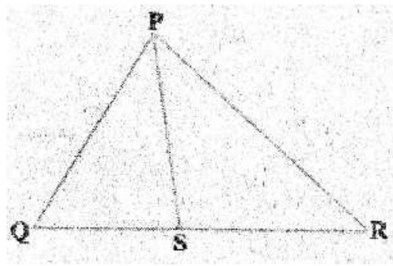
$\therefore \boldsymbol{AB^2 + BC^2 = AC^2}$

$\therefore$ দেখা যায় যে ইয়াত পিথাগোৰাচৰ সূত্ৰ সিদ্ধ হৈছে । অৰ্থাৎ, $\boldsymbol{\angle B = 90^0}$

$\therefore$ শুদ্ধ উত্তৰটো হ'ল ঃ $(C)\mathbf{90^0}$

অনুশীলনী – 6.6 (ঐচ্ছিক)

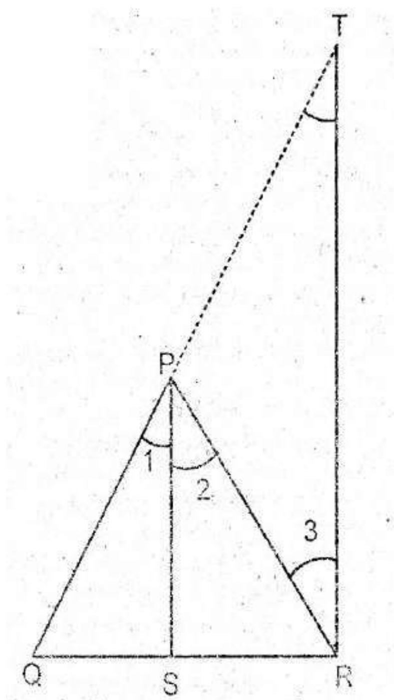
প্ৰশ্ন $1.$ চিত্ৰ 6.56ত, $\angle QPR$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক PS। প্ৰমাণ কৰা যে $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$



সমাধান ঃ (i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ $\angle QPR$- ৰ সমদ্বিখণ্ডক PS । অৰ্থাৎ $\angle 1 = \angle 2$

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$

(iii) অংকন ঃ PS বাহুৰ সমান্তৰাল কৰি, R বিন্দুৰ মাজেৰে এডাল ৰেখা অংকিত কৰি T লৈ বৰ্ধিত কৰা হ'ল আৰু QP -ৰ বৰ্ধিত অংশ T বিন্দুত মিলিত হ'ল ।



(iv) প্ৰমাণ ঃ $\therefore PS \parallel TR$

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (একান্তৰ কোণ)

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ (অনুৰূপ কোণ)

আৰু $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (প্ৰদত্ত)

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

$\Rightarrow PR = PT$

আকৌ, ΔQRT ত্ৰিভুজত,

$PS \parallel TR$

$\therefore \frac{QP}{PT} = \frac{QS}{SR}$

$\Rightarrow \frac{QP}{PR} = \frac{QS}{SR}$ $[\because PT = PR]$

$\Rightarrow \frac{PQ}{PR} = \frac{QS}{SR}$ [প্ৰমাণিত]

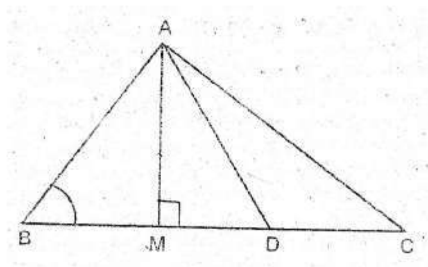
প্ৰশ্ন $2.$ চিত্ৰ 6.60ত, ABC ত্ৰিভুজৰ AD এডাল মধ্যমা আৰু $AM \perp BC$ । প্ৰমাণ কৰা যে -

$(i) AC^2 = AD^2 + BC.DM + \left(\frac{BD}{2}\right)^2$

$(ii) AB^2 = AD^2 - BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$(iii) AC^2 + AB^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2}BC^2$

সমাধান ঃ



(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC ত্ৰিভুজৰ, $AM \perp BC$ । AD ইয়াৰ মধ্যমা।

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $(i) AC^2 = AD^2 + BC.DM + \left(\frac{BD}{2}\right)^2$

$(ii) AB^2 = AD^2 - BC.DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

আৰু $(iii) AC^2 + AB^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2}BC^2$

(iii) প্ৰমাণ ঃ $(i) AMC$ ত্ৰিভুজত,

$AC^2 = AM^2 + MC^2$

$\Rightarrow AC^2 = AM^2 + (MD + DC)^2$

$\Rightarrow AC^2 = AM^2 + MD^2 + DC^2 + 2MD \times DC$

$\Rightarrow AC^2 = (AM^2 + MD^2) + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + 2MD\left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + BC \times MD + \frac{BC^2}{4}$

[AMD সমকোণী ত্ৰিভুজত, $AD^2 = AM^2 + MD^2$]

$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + BC \times MD + \frac{BC^2}{4}$ [প্ৰমাণিত] ………. (a)

(ii) AMB সমকোণী ত্ৰিভুজত পৰা –

$AB^2 = AM^2 + BM^2$

$= AM^2 + (BD - MD)^2$

$= AM^2 + BD^2 + MD^2 - 2BD \times MD$

$= \left(AM^2 + MD^2\right) + BD^2 - 2\left(\frac{1}{2}BC\right)MD$

$= AD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 - BC.MD\left[\because \Delta AMD \Rightarrow AD^2 = AM^2 + MD^2\right]$

$\Rightarrow\ AB^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - BC.MD$ [প্ৰমাণিত] $\dots\dots\dots.(b)$

(iii) $(a) + (b)$ কৰি পাওঁ –

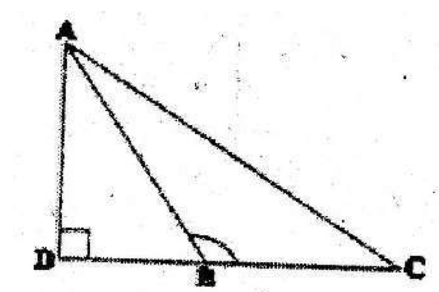
$AB^2 + AC^2\ = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - BC.MD$

$= 2AD^2 + \frac{BC^2}{4} + \frac{BC^2}{4}$

$= 2AD^2 + 2\frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow\ AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2\frac{BC^2}{4}$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 3. চিত্ৰ 6.59ত, ABC এটা ত্ৰিভুজ যাৰ $\angle ABC \geq 90^0$ আৰু $AD \perp CB$. প্ৰমাণ কৰা যে $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2BC.BD$।



সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC এটা ত্ৰিভুজ । $\angle ABC > 90^0$ আৰু $AD \perp BC$ বৰ্ধিত ।

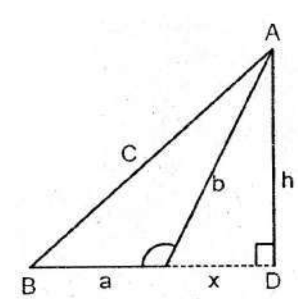
(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2.BC.BD$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ধৰা হ'ল $BC = a, CA = b, AB = c, AD = h$ আৰু $CD = x$

$\therefore\quad \Delta ABC$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা –

$AC^2 = CD^2 + AD^2$

$\Rightarrow\ B^2 = x^2 + h^2 \dots\dots\dots\dots\dots(1)$



আকৌ, ΔADB সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা –

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

$\Rightarrow\ C^2 = (a+x)^2 + h^2$

$\Rightarrow\ C^2 = a^2 + 2ax + x^2 + h^2$

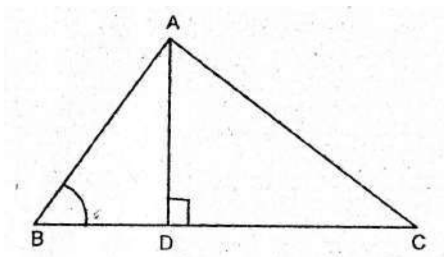
$\Rightarrow\ C^2 = a^2 + 2ax + (x^2 + h^2)$

$\Rightarrow\ C^2 = a^2 + 2ax + b^2$ [(1) ব্যৱহাৰ কৰি]

$\Rightarrow\ AB^2 = BC^2 + AC^2 + 2BC \times CD$ [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 4. চিত্ৰ 6.59ত, ABC এটা ত্ৰিভুজ যাৰ $\angle ABC\ < 90^0$ আৰু $AD \perp BC$. প্ৰমাণ কৰা যে $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$ ।

সমাধান ঃ



(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ΔABC -ৰ আৰু $\angle ABC\ < 90^0$ আৰু $AD \perp BC$

(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2.BC.BD$

(iii) প্ৰমাণ ঃ ADC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$AC^2 = CD^2 + DA^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

আকৌ, ADB সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(1) -ৰ পৰা আমি পাওঁ –

$$AC^2 = AD^2 + (CB - BD)^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + CB^2 + BD^2 - 2CB \times BD$$

$$\Rightarrow AC^2 = \left(BD^2 + AD^2\right) + CB^2 - 2CB \times BD$$

$$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \times BD \quad [\ (2) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি }]$$

প্ৰশ্ন 5. চিত্ৰ 6.63ত, ΔABC-ৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু যাতে $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ । প্ৰমাণ কৰা যে AD ৰেখাডাল $\angle BAC$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক ।

সমাধান ঃ

(i) বিশেষ সূত্ৰ ঃ ABC ত্ৰিভুজৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু এনেদৰে স্থাপন কৰা হৈছে যাতে $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ হয় ।

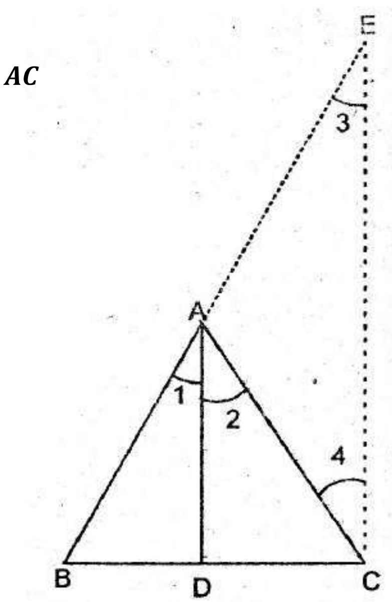
(ii) প্ৰামাণ্য ঃ $\angle BAC$ -ৰ দ্বি-খণ্ডক AD অৰ্থাৎ $\angle 1 = \angle 2$

(iii)অংকন ঃ C বিন্দু মাজেৰে,$CE \parallel DA$ টনা হ'ল আৰু AB -ৰ বৰ্ধিত অংশ E বিন্দুত ছেদ কৰে ।

(iv) প্ৰমাণ ঃ BCE ত্ৰিভুজত $AD \parallel CE$

$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AE}$

কিন্তু, $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$



$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AE = AC$

ΔACE- ৰ পৰা আমি পাওঁঃ

$AE = AC \Rightarrow \angle 3 = \angle 4$

$\therefore CE \parallel DA, AC$ ছেদক

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ [একান্তৰ কোণ]

আকৌ, $\therefore CE \parallel DA, BAE$ ছেদক

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

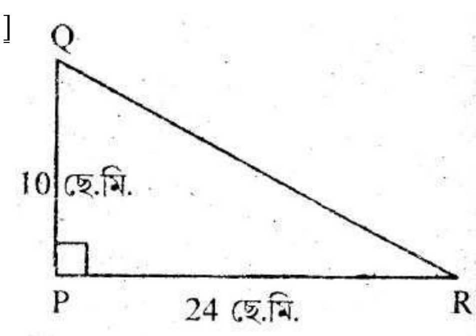
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 4 \quad \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

$\therefore AD$ ৰেখাডাল $\angle BAC$-ৰ সমদ্বিখণ্ডক । [প্ৰমাণিত]

প্ৰশ্ন 6. PQR এটা ত্ৰিভুজৰ P সমকোণ । যদি $PQ = 10$ ছে.মি. আৰু $PR = 24$ ছে.মি., QR ৰ মান উলিওৱা ।

সমাধান ঃ PQR সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$QR^2 = PQ^2 + PR^2$ [পাইথাগোৰচৰ সূত্ৰমতে]



$\Rightarrow QR^2 = 10^2 + 24^2$

$\Rightarrow QR^2 = 100 + 576$

$\Rightarrow QR^2 = 676$

$\Rightarrow QR = 26cm.$