

## দ্বিতীয় অধ্যায়

## বহুপদ (POLYNOMIALS)

## অনুশীলনী- 2.1

প্রশ্ন 1. কিছুমান বহুপদ  $p(x)$  অৰ ক্ষেত্রত  $y = p(x)$  ব লেখবোৰ তলৰ চিত্র 2.10 ত দিয়া আছে । প্রতিটো ক্ষেত্রত  $p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা উলিওৱা । (লেখচিত্রবোৰ পাঠ্যপুথিত চোৱা) ।

সমাধান :

- (i) চিত্রত  $y = p(x)$  -ৰ লেখচিত্র দিয়া আছে । এই চিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক ছেদ কৰা নাই । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা নাই ।
- (ii) লেখচিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক এটা বিন্দুত ছেদ কৰিছে । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা = 11
- (iii) লেখচিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক তিনিটা বিন্দুত ছেদ কৰিছে । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা = 31
- (iv) লেখচিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক দুটা বিন্দুত ছেদ কৰিছে । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা = 2
- (v) লেখচিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক চাৰিটা বিন্দুত ছেদ কৰিছে । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা = 11
- (vi) লেখচিত্রৰ পৰা দেখা যায় যে, ই  $x$  অক্ষক তিনিটা বিন্দুত ছেদ কৰিছে । সুতৰাং  $y = p(x)$  ব শূন্যৰ সংখ্যা = 31

## অনুশীলনী - 2.2

প্রশ্ন 1. তলৰ দ্বিঘাত বহুপদবোৰৰ শূন্য উলিওৱা আৰু এই শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত সম্পর্ক সত্যাপন কৰা ।

$$(i) x^2 - 2x - 8$$

$$(ii) 4s^2 - 4s + 1$$

$$(iii) 6x^2 - 3 - 7x$$

$$(iv) 4u^2 + 8u$$

$$(v) t^2 - 15$$

$$(vi) 3x^2 - x - 4$$

সমাধান : (i) প্রদত্ত দ্বি-ঘাত বহুপদ বাশি :  $x^2 - 2x - 8$

$$( \text{ইয়াত , } s = -2, p = -8)$$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x - 4) + 2(x - 4)$$

$$= (x - 4)(x + 2)$$

$$\therefore x^2 - 2x - 8\text{-ৰ মান শূন্য হ'ব যদি } x - 4 = 0 \text{ আৰু } x + 2 = 0$$

$\therefore x^2 - 2x - 8$ -ৰ শূন্যবোৰ হ'ব  $4$  আৰু  $-2$ .

এতিয়া, শূন্যবোৰৰ যোগফল  $= (-2) + (4) = 2$

$$= \frac{-2(-2)}{1}$$

$$= \frac{x \text{-ৰ সহগ}}{x^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

আকৌ, শূন্যবোৰৰ গুণফল  $= (-2)(4) = -8$

$$= \frac{-8}{1}$$

$$= \frac{x \text{ ধ্ৰুবক সংখ্যা}}{x^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

$\therefore$  শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্ক সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল ।

(ii) প্রদত্ত দ্বি-ঘাত বহুপদ বাশি  $4s^2 - 4s + 1$

$$\therefore 4s^2 - 4s + 1$$

$$= 4s^2 - 2s - 2s + 1$$

$$= 2s(2s - 1) - 1(2s - 1) \quad s = -4$$

$$= (2s - 1)(2s - 1) \quad p = 4 \times 1 = 4$$

$4s^2 - 4s + 1$  বহুপদ বাশি শূন্য হ'ব যদি  $2s - 1 = 0$  আৰু  $2s - 1 = 0$

$$\therefore 4s^2 - 4s + 1 \text{-ৰ শূন্যবোৰ হ'ব } \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

এতিয়া, শূন্যবোৰৰ সমষ্টি  $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$$= \frac{-(-4)}{4}$$

$$= \frac{-(s \text{-ৰ সহগ})}{(s^2 \text{-ৰ সহগ})}$$

আকৌ, শূন্যবোৰৰ গুণফল  $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} = \frac{\text{ধ্ৰুবক পদ}}{s^2 \text{-ৰ সহগ}}$

$\therefore$  শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্কৰ সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল ।

(iii) প্রদত্ত বহুপদ বাশি  $6x^2 - 3 - 7x$

$$\therefore 6x^2 - 7x - 3 \quad s = -7$$

$$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3) \quad p = 6 \times (-3) = -18$$

$$= (3x + 1)(2x - 3)$$

$\therefore 6x^2 - 7x - 3$  -ৰ মান শূন্য হ'ব, যদি  $3x + 1 = 0$  আৰু  $2x - 3 = 0$  হয়।

$$\therefore 6x^2 - 7x - 3 \text{-ৰ শূন্যবোৰ হ'ব } -\frac{1}{3} \text{ আৰু } \frac{3}{2}$$

$$\text{এতিয়া, শূন্যদ্বয়ৰ যোগফল} = \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6} = \frac{-(-7)}{6}$$

$$= \frac{-(x\text{-ৰ সহগ})}{x^2\text{-ৰ সহগ}}$$

$$\text{শূন্যদ্বয়ৰ গুণফল} = \left(\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{-3}{6} = \frac{\text{ধ্ৰুবক পদ}}{x^2\text{-ৰ সহগ}}$$

$\therefore$  শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্কৰ সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল।

(iv) প্রদত্ত বহুপদ বাশি :  $4u^2 + 8u$

$$= 4u(u + 2)$$

$\therefore 4u^2 + 8u$  বহুপদ বাশিৰ মান শূন্য হ'ব যদি  $4u = 0$  আৰু  $u + 2 = 0$  হয়।

$\therefore 4u^2 + 8u$  -ৰ শূন্যবোৰ হ'ব :  $0$  আৰু  $-2$

$$\text{এতিয়া, শূন্য দুটাৰ যোগফল} = 0 + (-2)$$

$$= -2 = \frac{-8}{4}$$

$$= \frac{-u\text{-ৰ ধ্ৰুবক পদ}}{u^2\text{-ৰ সহগ}}$$

$$\text{আৰু শূন্য দুটাৰ গুণফল} = (0)(-2) = 0$$

$$= \frac{0}{4} = \frac{\text{ধ্ৰুবক পদ}}{u^2\text{-ৰ সহগ}}$$

$\therefore$  শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্কৰ সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল।

(v) প্রদত্ত বহুপদ বাশি :  $t^2 - 15$

$$= t^2 - (\sqrt{15})^2$$

$$= (t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15})$$

$$\therefore t^2 - 15 \text{ বহুপদ বাশিৰ মান শূন্য হ'ব যদি } t + \sqrt{15} = 0 \text{ আৰু } t - \sqrt{15} = 0$$

$$\therefore t^2 - 15 \text{ বহুপদ বাশিৰ শূন্যবোৰ হ'ব : } t = \sqrt{15} \text{ আৰু } t = -\sqrt{15}$$

$$\text{এতিয়া, শূন্য দুটাৰ যোগফল} = \sqrt{15} + \sqrt{15}$$

$$= 0 = \frac{0}{1}$$

$$= \frac{-(t \text{-ৰ সহগ})}{t^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

$$\text{আকৌ, শূন্যৰ গুণফল} = (-\sqrt{15})(\sqrt{15})$$

$$= -15$$

$$= -\frac{15}{1}$$

$$= \frac{\text{ধ্ৰুবকপদ}}{t^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

$\therefore$  শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্কৰ সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল।

$$\text{(vi) প্রদত্ত বহুপদ বাশি : } 3x^2 - x - 4$$

$$= 3x^2 + 3x - 4x - 4 \quad s = -1$$

$$= 3x(x + 1) - 4(x + 1) \quad p = 3 \times -4$$

$$= (x + 1)(3x - 4) \quad = -12$$

$$\therefore 3x^2 - x - 4 \text{-ৰ শূন্যবোৰ হ'ব : } -1 \text{ আৰু } \frac{4}{3}$$

$$\text{এতিয়া, শূন্যবোৰৰ যোগফল} = -1 + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-3+4}{3} = \frac{1}{3} = \frac{-(-1)}{3}$$

$$= \frac{-(x \text{-ৰ সহগ})}{x^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

$$\text{আকৌ, শূন্যবোৰৰ গুণফল} = (-1) \left(\frac{4}{3}\right)$$

$$= -\frac{4}{3} = \frac{\text{ধ্ৰুবক সংখ্যা}}{x^2 \text{-ৰ সহগ}}$$

∴ শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত থকা সম্পৰ্কৰ সত্যতা নিৰ্ধাৰণ কৰা হ'ল ।

প্ৰশ্ন 2. তলৰ যোৰকেইটাৰ সংখ্যা দুটাক ক্ৰমে শূন্যবোৰৰ সমষ্টি আৰু গুণফল হিচাপে ধৰি প্ৰত্যেকৰ ক্ষেত্ৰত একোটা

দ্বিঘাত বহুপদ নিৰ্ণয় কৰা ।

$$(i) \frac{1}{4}, -1$$

$$(ii) \sqrt{2}, \frac{1}{3}$$

$$(iii) 0, \sqrt{2}$$

$$(iv) 1, 1$$

$$(v) -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$$

$$(vi) 4, 1$$

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল দ্বিঘাত বহুপদ :  $ax^2 + bx + c$ , যাৰ শূন্য দুটা হ'ল  $\alpha$  আৰু  $\beta$  ।

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{1}{4}, \alpha\beta = -1$$

এতিয়া,  $ax^2 + bx + c$

$$= k(x - \alpha)(x - \beta) \text{ (k-এটা ধ্ৰুবক)}$$

$$= k\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}$$

$$= \left[x^2 - \frac{1}{4}x + (-1)\right]$$

$$= k \left[x^2 - \frac{1}{4}x - 1\right]$$

∴  $k$ -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাৰি পাম ।

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল দ্বিঘাত বহুপদ বাৰি :  $ax^2 + bx + c$ , আৰু ইয়াৰ শূন্য দুটা হ'ল  $\alpha$  আৰু  $\beta$  ।

$$\therefore \alpha + \beta = \text{শূন্য দুটাৰ যোগফল} = \sqrt{2}$$

$$\text{আৰু } \alpha\beta = \text{শূন্য দুটাৰ যোগফল} = \frac{1}{3}$$

এতিয়া,  $ax^2 + bx + c = k(x - \alpha)(x - \beta)$ , যত  $k$  এটা ধ্ৰুবক ।

$$= k [x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$$

$$= k \left[x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}\right]$$

∴  $k$ -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাৰি পাম ।

সমাধান :

(iii) ধৰা হ'ল দ্বিঘাত বহুপদ বাশি :  $ax^2 + bx + c$ , আৰু ইয়াৰ শূন্য দুটা হ'ল  $\alpha$  আৰু  $\beta$ ।

$$\therefore \alpha + \beta = \text{শূন্য দুটাৰ যোগফল} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{এতিয়া, } ax^2 + bx + c &= k(x - \alpha)(x - \beta), \\ &= k[x^2 - 0x + \sqrt{5}] = k[x^2 + \sqrt{5}] \end{aligned}$$

$\therefore k$  -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাশি আমি পাওঁ।

সমাধান :

(iv) ধৰা হ'ল দ্বি-ঘাত বহুপদ বাশি :  $ax^2 + bx + c$ , আৰু ইয়াৰ শূন্য দুটা হ'ল  $\alpha$  আৰু  $\beta$ ।

$$\therefore \alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned} \text{এতিয়া, } ax^2 + bx + c &= k(x - \alpha)(x - \beta), \text{ যত } k \text{ এটা ধ্ৰুবক।} \\ &= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta] \\ &= k[x^2 - 1x + 1] = k[x^2 - x + 1] \end{aligned}$$

$\therefore k$  -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাশি পোৱা যায়।

সমাধান :

(v) ধৰা হ'ল দ্বি-ঘাত বহুপদ বাশি :  $ax^2 + bx + c$ , আৰু ইয়াৰ শূন্য দুটা হ'ল  $\alpha$  আৰু  $\beta$ ।

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{1}{4}, \alpha\beta = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{এতিয়া, } ax^2 + bx + c &= k(x - \alpha)(x - \beta), \text{ } k \text{ -এটা ধ্ৰুবক।} \\ &= k \left[ x^2 - \left( -\frac{1}{4} \right) x + \frac{1}{4} \right] = k \left[ x^2 + \frac{1}{4} x + \frac{1}{4} \right] \end{aligned}$$

$\therefore k$  -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাশি পোৱা যায়।

সমাধান : (v)  $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 1$ ;

$$\begin{aligned} \text{এতিয়া, } ax^2 + bx + c &= k(x - \alpha)(x - \beta), \text{ যত } k \text{ -এটা ধ্ৰুবক।} \\ &= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta] \\ &= k[x^2 - 4x + 1] \end{aligned}$$

$\therefore k$  -ৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে, আমি ভিন্ন ভিন্ন বহুপদ বাশি পোৱা যায়।

অনুশীলনী - 2.3

প্রশ্ন 1.  $p(x)$  বহুপদটোক  $g(x)$  বহুপদটোবে হরণ করা আৰু প্রতিটোবে ক্ষেত্রত ভাগফল আৰু ভাগশেষ নির্ণয় করা :

$$(i) p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, \quad g(x) = x^2 - 2$$

$$(ii) p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5, \quad g(x) = x^2 + 1 - x$$

$$(iii) p(x) = x^4 - 5x + 6, \quad g(x) = 2 - x^2$$

সমাধান :

(i) দিয়া আছে ,  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$  আৰু  $g(x) = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \\
 \underline{x^3 \phantom{- 3x^2} - 2x} \phantom{- 3} \\
 -3x^2 + 7x - 3 \\
 \underline{-3x^2 \phantom{+ 7x} + 6} \\
 + \phantom{- 3x^2} - 9 \\
 \hline
 7x - 9
 \end{array}$$

$$\therefore x^3 - 3x^2 + 5x - 3$$

$$= (x - 3)(x^2 - 2) + (7x - 9)$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = x - 3 \text{ আৰু ভাগশেষ} = 7x - 9 \quad \text{Ans.}$$

সমাধান :

(ii) দিয়া আছে,  $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$

$$= x^4 + 0 \cdot x^2 - 3x^2 + 4x + 5$$

$$\text{আৰু } g(x) = x^2 + 1 - x$$

$$= x^2 - x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 1 \overline{) x^4 + 0 \cdot x^2 - 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^2 + x - 3) \\
 \underline{x^4 - x^3 + x^2} \phantom{+ 4x + 5} \\
 - \phantom{x^4} + \phantom{x^3} - 4x + 3 \\
 \hline
 \phantom{- x^4} + \phantom{x^3} - 4x + 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 +x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\
 +x^3 - x^2 + x \\
 \hline
 - \quad + \quad - \\
 \hline
 -3x^2 + 3x + 5 \\
 -3x^2 + 3x + 3 \\
 \hline
 + \quad - \quad + \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

$$\therefore 4x^2 - 3x^2 + 4x + 5$$

$$= (x^2 + x - 3)(x^2 - x + 1) + 8$$

$$\therefore \text{ভাগফল } x^2 + x - 3 \text{ আৰু ভাগশেষ} = 8 \quad (\text{Ans.})$$

সমাধান :

$$(iii) \text{ দিয়া আছে, } p(x) = x^4 - 5x + 6$$

$$= x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 - 5x + 6$$

$$\text{আৰু } g(x) = 2 - x^2$$

$$= -x^2 + 2$$

$$\begin{array}{r}
 \therefore -x^2 + 2 \left\{ \begin{array}{l} x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 - 5x + 6 \\ x^4 \quad - 2x^2 \\ \hline - \quad + \\ \hline +2x^2 - 5x + 6 \\ +2x^2 \quad - 4 \\ \hline - \quad + \\ \hline -5x + 10 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -x^2 - 2 \\ -x^2 - 2 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\therefore x^4 - 5x + 6 = (-x^2 + 2)(-x^2 - 2) + (-5x + 10)$$

$$\therefore \text{ভাগফল } x^2 - 2 \text{ আৰু ভাগশেষ} = -5x + 10 \quad (\text{Ans.})$$



প্রশ্ন 2. দ্বিতীয় বহুপদটোক প্রথম বহুপদেৰে হৰণ কৰি প্রথম বহুপদটো দ্বিতীয় বহুপদটোৰ এটা উৎপাদক হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা :

$$(i) t^2 - 3, 2t^4 + 3t^2 - 2t^2 - 9t - 12$$

$$(ii) x^2 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$$

$$(iii) x^3 - 3x + 1, x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$$

সমাধান :

$$\begin{array}{r}
 (i) \left. \begin{array}{l} t^2 - 3 \\ + 2t^4 \quad - 6t^2 \\ - \quad \quad + \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} 2t^4 + 3t^2 - 2t^2 - 9t - 12 \\ 2t^2 + 3t + 4 \end{array} \right\} \\
 \hline
 + 3t^2 + 4t^2 - 9t - 12 \\
 + 3t^3 \quad - 9t \\
 - \quad \quad + \\
 \hline
 + 4t^2 - 12 \\
 + 4t^2 - 12 \\
 - \quad + \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = 0$$

$$\therefore t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12 \text{ -ৰ এটা উৎপাদক ।}$$

সমাধান :

$$\begin{array}{r}
 (ii) \left. \begin{array}{l} x^2 + 3x + 1 \\ - 3x^4 + 9x^3 + 3x^2 \\ - \quad - \quad - \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2 \\ 3x^2 - 4x + 2 \end{array} \right\} \\
 \hline
 -4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\
 -4x^3 - 12x^2 - 4x \\
 + \quad + \quad + \\
 \hline
 2x^2 + 6x + 2 \\
 2x^2 + 6x + 2 \\
 - \quad - \quad - \\
 \hline
 0
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 5 \\
 3x^2 - 5 \\
 - \quad + \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & \therefore 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5 \\
 & = \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) (3x^2 + 6x + 3) \\
 & = \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) 3(x^2 + 2x + 1) \\
 & = 3 \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) (x^2 + 2x + 1) \\
 & = 3 \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) \{x^2 + x + x + 1\} \\
 & = 3 \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) \{x(x + 1) + (x + 1)\} \\
 & = 3 \left(x^2 - \frac{5}{3}\right) (x + 1)(x + 1)
 \end{aligned}$$

এতিয়া, বহুপদ বাশিৰ আন শূন্যবোৰ হ'ল :

$$x + 1 = 0, \text{ নাইবা } x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \quad \Rightarrow x = -1$$

$\therefore$  চাৰিমাত্রা বিশিষ্ট বহুপদ বাশিৰ শূন্যবোৰ হ'ল :  $\sqrt{\frac{5}{3}}, -\sqrt{\frac{5}{3}}, 1$  আৰু  $-1$  ।

প্ৰশ্ন 4.  $x^3 - 3x^2 + x + 2$  ক এটা বহুপদ  $g(x)$ ৰে হৰণ কৰাত ভাগফল  $x - 2$  আৰু  $-2x + 4$  ভাগশেষ পোৱা গ'ল ।

$g(x)$  উলিওৱা ।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } x^3 - 3x^2 + x + 2,$$

$$q(x) = x - 2 \text{ আৰু } r(x) = -2x + 4$$

এই তথ্যখিনি, (বিভাজন কলৰবিধি)-ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ -

$$p(x) = g(x) q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow p(x) - r(x) = g(x) \cdot q(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{p(x) - r(x)}{q(x)} \dots \dots (i)$$

এতিয়া ওপৰৰ তথ্যখিনি (i) নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ-

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{(x^3 - 3x^2 + x + 2) - (-2x + 4)}{x - 4} \\ &= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4}{x - 2} \\ &= \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x - 2} \dots \dots \dots (ii) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \left. \begin{array}{l} \therefore x^2 - 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + 3x - 2 \\ - x^3 - 2x^2 \\ \hline - x^2 + 3x - 2 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} (x^2 - x + 1 \end{array} \right\} \\ \begin{array}{l} - x^2 + 2x \\ \hline + \quad - \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} x - 2 \\ + x - 2 \\ \hline - \quad + \end{array} \\ \hline \mathbf{0} \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x - 2} = x^2 - x + 1 \dots \dots \dots (iii)$$

$$\therefore (ii) \text{ আৰু } (iii) \text{ -ৰ পৰা পাওঁ, } g(x) = x^2 - x + 1 \quad \text{Ans.}$$

প্ৰশ্ন 5. কেইটামান বহুপদ  $p(x)$ ,  $g(x)$ ,  $q(x)$  আৰু  $r(x)$  ৰ উদাহৰণ দিয়া যাতে ইহঁতে বিভাজন কলৰবিধি সিদ্ধ কৰে আৰু -

$$(i) p(x) \text{ ৰ মাত্ৰা} = q(x) \text{ ৰ মাত্ৰা}$$

$$(ii) q(x) \text{ ৰ মাত্ৰা} = r(x) \text{ ৰ মাত্ৰা}$$

$$(iii) r(x) \text{ ৰ মাত্ৰা} = 0.$$

সমাধান :

$$(i) \text{ ধৰা হ'ল, } p(x) = 5x^2 - 5x + 10;$$

$$g(x) = 5$$

$$q(x) = x^2 - x + 2;$$

আৰু ,  $r(x) = 0$

$$\begin{array}{r} \therefore x^3 - x + 2 \left. \begin{array}{l} 5x^2 - 5x + 10 \\ 5x^2 - 5x + 10 \end{array} \right\} 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore$  বিভাজন কলনবিধি বা অ্যালগোৰিদিমৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া দ্বাৰা,

$$5x^2 - 5x + 10 = 5(x^2 - x + 2) + 0$$

$$\Rightarrow p(x) = g(x)q(x) + r(x)$$

আকৌ,  $p(x) = q(x)$

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল,  $p(x) = 7x^3 - 42x + 53$ ,  $g(x) = x^3 - 6x + 7$ ;  $q(x) = 7$  আৰু  $r(x) = 4$

$$\begin{array}{r} \therefore x^3 - 6x + 7 \left. \begin{array}{l} 7x^3 - 42x + 53 \\ 7x^3 - 42x + 49 \end{array} \right\} 7 \\ \begin{array}{ccc} - & + & - \end{array} \\ \hline 4 \end{array}$$

$\therefore$  বিভাজন কলনবিধি বা অ্যালগোৰিদিমৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া দ্বাৰা-

$$7x^3 - 42x + 53 = 7(x^3 - 6x + 7) + 4$$

$$\Rightarrow p(x) = q(x)g(x) + r(x)$$

আকৌ,  $q(x) = 0$

সমাধান :

(iii) ধৰা হ'ল,  $p(x) = 4x^3 + x^2 + 3x + 6$ ;

$$g(x) = x^2 + 3x + 1;$$

$$q(x) = 4x - 11 \text{ আৰু}$$

$$r(x) = 32 + 17$$

$$\begin{array}{r}
 \therefore x^2 + 3x + 1 \left\{ \begin{array}{l} 4x^3 + x^2 + 3x + 6 \\ 4x^3 + 12x^2 + 4x \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 4x - 11 \\ \\ \end{array} \right. \\
 \hline
 -11x^2 - x + 6 \\
 -11x^2 - 33x - 11 \\
 \hline
 + \quad + \quad + \\
 \hline
 32x + 17 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

∴ বিভাজন কলনবিধি বা অ্যালগোৰিদিমৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া দ্বাৰা-

$$4x^3 + x^2 + 3x + 6 = (4x - 11) + (x^2 + 3x + 1) + (32x + 7)$$

$$\Rightarrow p(x) = q(x)g(x) + r(x)$$

আকৌ,  $q(x) = r(x)$

অনুশীলনী - 2.4 (এচ্ছিক)

প্ৰশ্ন 1. সত্যাপন কৰা যে তলত ত্ৰিঘাত বহুপদৰ লগে লগে দিয়া সংখ্যাকেইটা ইহঁতৰ শূন্য হ'ব। আকৌ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে শূন্য আৰু

সহগৰ মাজৰ সম্পৰ্কও সত্যাপন কৰা।

$$(i) 2x^3 + x^2 - 5x + 2; \frac{1}{2}, 1, \quad (ii) x^3 - 4x^2 + 5x - 2; 2, 1, 1$$

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল,  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$ , ইয়াক  $ax^2 + bx^2 + cx + d$ -ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ -

$$a = 2, b = 1, c = -5, d = 2$$

$$\text{এতিয়া, } p\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \times \frac{1}{2} + 2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2$$

$$= \frac{1+1-10+8}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\therefore p(x)\text{-ৰ শূন্য হ'ল} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{আৰু } p(1) &= 2(1)^3 + (1)^2 - 5(1) + 2 \\ &= 2 + 1 - 5 + 2 = 5 - 5 = 0\end{aligned}$$

$$\therefore p(x)\text{-ৰ শূন্য হ'ল} = 1.$$

$$\begin{aligned}\text{আকৌ, } p(-2) &= 2(-2)^3 + (-2)^2 - 5(-2) + 2 \\ &= -16 + 4 + 10 + 2 \\ &= -16 + 16 + 0\end{aligned}$$

$$\therefore p(x)\text{-ৰ শূন্য হ'ল} = -2$$

ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা দেখা যায় যে, প্ৰদত্ত বহুপদবাশিটোৰ শূন্যবোৰ হ'ল :  $\frac{1}{2}$ , 1 আৰু -2 । (উত্তৰ)

এতিয়া, এই শূন্যবোৰৰ ধৰা হ'ল :

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1, \gamma = -2$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha + \beta + \gamma &= \frac{1}{2} + 1 + (-2) \\ &= \frac{1+2-4}{2} = -\frac{1}{2} = -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{আৰু } \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha &= \left(\frac{1}{2}\right)(1) + (-1)(-2) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} - 2 - 1 = \frac{1-4-2}{2} = \frac{-5}{2} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{1}{2}(1)(-2) = \frac{-2}{2} = \frac{-d}{2}$$

$\therefore$  ওপৰৰ আলোচনাৰ কৰা আকৌ জনা যায় যে শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত এটা সম্পৰ্ক বিদ্যমান ।

$$\text{আকৌ শূন্যবোৰ হ'ল : } 2, 1, \alpha = 2, \beta = 1, \gamma = 1$$

$$\text{এতিয়া, } \alpha + \beta + \gamma = 2 + 1 + 1 = 4 = \frac{-(-4)}{1} = -\frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha &= (2)(1) + (1)(1) + (1)(2) \\ &= 2 + 1 + 2 = 5 = \frac{5}{1} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

$$\text{আৰু, } \alpha\beta\gamma = (2)(1)(1) = 2 = \frac{-(-2)}{1} = \frac{-d}{a}$$

ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা দেখা যায় যে, শূন্যবোৰ আৰু সহগবোৰৰ মাজত এটা সম্পৰ্ক বিদ্যমান ।

প্ৰশ্ন 2. এটা ত্ৰিঘাত বহুপদ উলিওৱা যাৰ শূন্যবোৰৰ সমষ্টি, শূন্যবোৰ দুটা দুটাকৈ লৈ কৰা গুণফলবোৰৰ সমষ্টি আৰু শূন্যবোৰৰ গুণফলটো যথাক্ৰমে 2, -7 আৰু -14 হয়।

সমাধান :

ধৰা হ'ল ত্ৰিঘাত বিশিষ্ট বহুপদৰ ৰাশিটো :  $ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

আৰু শূন্যবোৰ হ'ল :  $\alpha, \beta$  আৰু  $\gamma$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = \text{শূন্যবোৰৰ সমষ্টি} = 2$$

$$\therefore \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \text{শূন্যবোৰৰ গুণফলৰ যোগফল} = -7.$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = \text{শূন্যবোৰৰ গুণফল} = -14$$

$$\therefore ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$= k[x - \alpha](x - \beta)(x - \gamma)] \text{ য'ত } k \text{ যিকোনো এটা প্ৰৱৰক।}$$

$$= k[x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma]$$

$$= k[x^3 - 2x^2 - 7x + 14]$$

$\therefore k$  - ৰ ভিন্ন ভিন্ন মানৰ বাবে আমি ভিন্ন ভিন্ন ত্ৰিঘাত বিশিষ্ট বহুপদৰাশি পাওঁ।

প্ৰশ্ন 3. যদি  $x^3 - 3x^2 + x + 1$  বহুপদটোৰ শূন্য তিনিটা  $a - b, a$  আৰু  $a + b$  হয় তেন্তে  $a$  আৰু  $b$  কিমান?

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$$

আৰু ইয়াৰ শূন্যবোৰ হ'ল :  $a - b, a, a + b$ .

$$\therefore p(x) \text{- ৰ শূন্য} = a - b$$

$$\therefore p(a - b) = 0$$

$$\Rightarrow (a - b)^3 - 3(a - b)^2 + a - b + 1 = 0$$

$$\Rightarrow [a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2] - 3[a^2 + b^2 - 2ab] + a - b + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 3a^2 - 3b^2 + 6ab + a - b + 1 = 0 \dots \dots (1)$$

আৰু,  $\therefore p(x)$ - ৰ এটা উৎপাদক =  $a$

$$\therefore p(a) = 0$$



$$\therefore a^2 - 3a^2 + a + 1 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

আকৌ,  $(a + b), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক।

$$\therefore p(a + b) = 0$$

$$\therefore (a + b)^2 - 3(a + b)^2 + (a + b) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 - 3(a^2 + b^2 + 2ab) + a + b - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 - 3a^2 - 3b^2 - 6ab + a + b + 1 = 0 \dots \dots \dots (3)$$

এতিয়া, (1) আৰু (3) যোগ কৰি পাওঁ -

$$2a^3 + 6ab^2 - 6a^2 - 6b^2 + 2a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^3 + 3ab^2 - 3a^2 - 3b^2 + a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a^3 - 3a^2 + a + 1) + (3ab^2 - 3b^2) = 0$$

$$\Rightarrow 0 + 3b^3(a - 1) = 0 \text{ [ (2) ব্যৱহাৰ কৰি ]}$$

$$\Rightarrow a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1 \dots \dots \dots (4)$$

আকৌ, (3) আৰু (4) -ৰ পাওঁ -

$$(1)^3 + b^3 + 3(1)^2b + 3(1)b^2$$

$$-3(1)^2 - 3b^2 - 6(1)b + 1 + b + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 1 + b^3 + 3b + 3b^2 - 3 - 3b^2 - 6b + b + 2 = 0$$

$$\Rightarrow b^3 - 2b = 0$$

$$\Rightarrow b(b^2 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow b^2 = 2 \Rightarrow b = \pm\sqrt{2}, \therefore a = 1, b = \pm\sqrt{2} \text{ (উত্তৰ)}$$

প্ৰশ্ন 4. যদি  $x^4 - 6x^2 - 26x^2 + 138x - 35$  বহুপদটোৰ দুটা শূন্য  $2 \pm \sqrt{3}$ , তেন্তে অইন শূন্যবোৰ উলিওৱা।

সমাধান : বহুপদ ৰাশি  $x^4 - 6x^2 - 26x^2 + 138x - 35$ -ৰ দুটা শূন্য হল  $2 \pm \sqrt{3}$ ।

$$\therefore [x - (2 + \sqrt{3})][x - (2 - \sqrt{3})] \text{ হ'ল প্ৰদত্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ দুটা উৎপাদক।}$$

$$\text{এতিয়া, } [x - (2 + \sqrt{3})][x - (2 - \sqrt{3})]$$

$$= x^2 - [2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}]x + [(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})]$$

$$= x^2 - 4x + [(2)^2 - (\sqrt{3})^2]$$

$$= x^2 - 4x + 1$$

∴ প্রদত্ত বহুপদ বাশিটোর উৎপাদক হ'ল :  $x^2 - 4x + 1$

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x + 35 \\ x^4 - 4x^3 + x \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 35 \\ x^2 - 2x - 35 \end{array} \right. \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 -2x^3 - 27x^2 + 138x - 35 \\
 -2x^3 + 8x^2 - 2x \\
 + \quad - \quad + \\
 \hline
 -35x^2 + 140x - 35 \\
 -35x^2 + 140x - 35 \\
 + \quad - \quad + \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$$

$$= (x^2 - 4x + 1)(x^2 - 2x - 35)$$

$$= (x^2 - 4x + 1)(x^2 + 5x - 7x - 35)$$

$$= (x^2 - 4x + 1)\{x(x + 5) - 7(x + 5)\}$$

$$= (x^2 - 4x + 1)(x + 5)(x - 7)$$

এতিয়া, বহুপদবাশিটোর আনটোর আন দুটা উৎপাদক হ'ল :

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = -5 \quad \Rightarrow x = 7$$

∴ নির্ণেয় শূন্যবোর হ'ল :  $2 + \sqrt{3}$ ,  $2 - \sqrt{3}$ ,  $-5$  আৰু  $7$  ।

প্রশ্ন 5. যদি  $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$  বহুপদটোক আন এটা বহুপদ  $x^2 - 2x + k$  বে হৰণ কৰা হয়, তেন্তে

ভাগশেষ ওলায়  $x + a$ ।  $k$  আৰু  $a$  উলিওৱা ।

সমাধান :

প্রদত্ত,  $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$  -ক  $x^2 - 2x + k$  -বে হরণ

করিলে, ভাগশেষ  $x + a$  পোরা যায়।

সুতরাং,  $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$  -ক  $x^2 - 2x + k$  -বে হরণ কবি পাওঁ -

$$\begin{array}{r}
 \left. \begin{array}{l} x^2 - 2x + k \\ x^2 - 2x + k \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 \\ x^4 - 2x^3 + kx^2 \end{array} \left[ \begin{array}{l} x^2 - 4x + (8 - k) \\ x^2 - 4x + (8 - k) \end{array} \right. \\
 \hline
 \begin{array}{r} -4x^3 + (16 - k)x^2 - 25x + 10 \\ -4x^3 + 8x^2 \quad - 4kx \\ + \quad - \quad - \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} (8 - k)x^2 + (-25 + 4k)x + 10 \\ (8 - k)x^2 + (-16 + 2k)x + (8k - k^2) \\ - \quad - \quad - \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} (-9 + 2k)x + (10 - 8k + k^2) \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore x^2 - 2x + k (x^2 - 4x + (8 - k) + [(-9 + 2k)x + (10 - 8k + k^2)])$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = x^2 - 4x + (8 - k)$$

$$\text{আর ভাগশেষ} = (-9 + 2k)x + (10 - 8k + k^2)$$

কিন্তু, ভাগশেষ =  $x + a$  (প্রদত্ত)

$$\therefore (-9 + 2k)x + (10 - 8k + k^2) = x + a$$

$\therefore$  সদৃশ সহগবোৰ তুলনা কবি পাওঁ-

$$-9 + 2k = 1$$

$$\Rightarrow 2k = 10$$

$$\Rightarrow k = 5$$

$$10 - 8k + k^2 = a$$

$$\Rightarrow 10 - 8 \times 5 + 5^2 = a [k = 5 \text{ বহুৱাই পাওঁ}]$$

$$\Rightarrow 10 - 40 + 25 = a$$

$$\Rightarrow -5 = a \Rightarrow a = -5$$

$$\therefore k = 5 \text{ আৰু } a = -5 \text{ (উত্তৰ)}$$

পাঠভিত্তিক অতিৰিক্ত প্ৰশ্নোত্তৰ

প্ৰশ্ন 1.  $4x^3 - 3x^2 + x - 5$  বাশিটোক তলত দিয়া বাশিবোৰেৰে হৰণ কৰিলে, প্ৰতি ক্ষেত্ৰত ভাগশেষ কি হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

(i)  $x - 1$

(ii)  $x + 2$

(iii)  $x - 3$

(iv)  $x - \frac{1}{2}$

(v)  $2x + 1$

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল  $p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$

$x - 1$ -ৰে  $p(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} = p(1) &= 4 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 - 5 \\ &= 4 - 3 + 1 - 5 \\ &= 5 - 8 \\ &= 3 \end{aligned}$$

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল  $p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$

$x - 2$ -ৰে  $p(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} = p(-2) &= 4(-2)^3 - 3(-2)^2 + (-2) - 5 \\ &= 4(-8) - 3 \cdot 4 - 2 - 5 \\ &= -32 - 12 - 2 - 5 \\ &= -51 \end{aligned}$$

সমাধান :

(iii) ধৰা হ'ল  $p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$

$x - 3$ -ৰে  $p(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} = p(3) &= 4 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 3 - 5 \\ &= 4 \times 27 - 3 \times 9 + 3 - 5 \\ &= 108 - 27 + 3 - 5 \\ &= 111 - 32 \\ &= 79 \end{aligned}$$

সমাধান :

$$(iv) \text{ ধরা হ'ল } p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$$

$$x - \frac{1}{2} \text{ বে } p(x) \text{- ক হরণ করিলে -}$$

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} &= p\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 5 \\ &= 4 \times \frac{1}{8} - 3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 5 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 5 \\ &= \frac{2-3+2-20}{2} \\ &= \frac{19}{4} \end{aligned}$$

সমাধান :

$$(v) \text{ ধরা হ'ল } p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$$

$$(2x + 1) \text{ বে } p(x) \text{- ক হরণ করিলে -}$$

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} &= p\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 5 \\ &= 4\left(-\frac{1}{8}\right) - 3\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 5 && \therefore 2x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - 5 \\ &= \frac{2-3-2-20}{4} = \frac{-27}{4} \end{aligned}$$

সমাধান :

$$(vi) \text{ ধরা হ'ল } p(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 5$$

$$(x + 1) \text{ বে } p(x) \text{- ক হরণ করিলে -}$$

$$\begin{aligned} \text{ভাগশেষ} &= p(-1) = 4(-1)^3 - 3(-1)^2 + (-1) - 5 \\ &= 4(-1) - 3 \cdot 1 - 1 - 5 && \therefore 2x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) \\ &= 4(-1) - 3 \cdot 1 - 1 - 5 \\ &= -4 - 3 - 1 - 5 = -13 \end{aligned}$$

প্রশ্ন 2. তলত দিয়া বাশিবোবৰ প্ৰথমটো দ্বিতীয়টোৰে হৰণ কৰিলে, ভাগশেষ কি হ'ব নিৰ্ণয় কৰা আৰু ফল পৰীক্ষা কৰা :

প্ৰথম বাশি	দ্বিতীয় বাশি
(i) $x^3 + 5x^2 - 7x + 11$	; $x - 1$
(ii) $5x^3 + 8x^2 + 3x - 15$	; $x + 2$
(iii) $2x^4 - 3x^2 + 4x - 10$	; $x - 3$
(iv) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 + x + 2$	; $x + 3$
(v) $3x^4 - x^3 + 4x^2 - 5x - 1$	; $x - 5$
(vi) $2x^3 - 3x^2 + 7x + 5$	; $2x + 3$

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল,  $p(x) = x^3 - 5x^2 - 7x + 11$

$$\therefore p(1) = 1^3 + 5 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 11$$

$$= 1 + 5 - 7 + 11 = 10$$

$\therefore x^3 - 5x^2 - 7x + 11$  -ক  $x - 1$ -ৰে হৰণ কৰিলে ভাগশেষ হ'ব **10**

$$\begin{array}{r} \text{ফল পৰীক্ষা : } x - 1 \left. \begin{array}{l} x^3 + 5x^2 - 7x + 11 \\ \underline{x^3 - x^2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^2 + 6x - 1 \\ \underline{6x^2 - 7x} \\ 6x^2 - 6x \\ \underline{-x + 11} \\ -x + 1 \\ \underline{\phantom{-x + 1}} \\ 10 \end{array} \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = **10**

সমাধান :

(ii) ধৰা হ'ল,  $p(x) = 5x^3 + 8x^2 + 3x - 15$

$$\therefore p(-2) = 5(-2)^3 + 8(-2)^2 + 3(-2) - 15$$

$$= 5(-8) - 8.4 - 6 - 15$$

$$= -40 + 32 - 6 - 15$$

$$= -29$$

$\therefore 5x^3 + 8x^2 + 3x - 15$ -ক  $x + 2$ - বে হরণ কবিলে ভাগশেষ হ'ব - 29

ফল পরীক্ষা :

$$\begin{array}{r}
 x + 2 \left\{ \begin{array}{l} 5x^3 + 8x^2 + 3x - 15 \\ 5x^3 + 10x^2 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} 5x^2 - 2x + 7 \\ \\ \end{array} \right. \\
 \hline
 -2x^2 + 3x \\
 -2x^2 - 4x \\
 \hline
 7x - 15 \\
 7x + 14 \\
 \hline
 -29
 \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = -29

সমাধান :

(iii) ধরা হ'ল,  $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 4x - 10$

$$\therefore p(3) = 2(3)^4 + 3.3^2 + 4.3 - 10$$

$$= 2.81 - 3.9 + 12 - 10$$

$$= 162 - 27 + 12 - 10$$

$$= 174 - 37$$

$$= 137$$

$\therefore 2x^4 - 3x^2 + 4x - 10$ -ক  $x - 3$ - বে হরণ কবিলে ভাগশেষ হ'ব 137.

ফল পরীক্ষা :

$$\begin{array}{r}
 x - 3 \left\{ \begin{array}{l} 2x^4 - 3x^2 + 4x - 10 \\ 2x^4 - 6x^3 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} 2x^3 + 6x^2 + 15x + 49 \\ \\ \end{array} \right. \\
 \hline
 6x^3 - 3x^2 \\
 6x^3 - 18x^2 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15x^2 + 4x \\
 15x^2 - 45x \\
 \hline
 49x - 10 \\
 49 - 147 \\
 \hline
 137
 \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = 137

সমাধান :

(iv) ধরা হ'ল,  $p(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 + x + 2$

$$\begin{aligned}
 \therefore p(-3) &= (-3)^4 + 2(-3)^3 - 9(-3)^2 + (-3) + 2 \\
 &= 81 + 2(-27) - 9 \cdot 9 - 3 + 2 \\
 &= 81 - 54 - 81 - 3 + 2 \\
 &= -57 + 2 \\
 &= -55
 \end{aligned}$$

$\therefore x^4 + 2x^3 - 9x^2 + x + 2$ -ক  $x + 3$ -বে হরণ করিলে ভাগশেষ হ'ব  $-55$ .

ফল পরীক্ষা :

$$\begin{array}{r}
 x + 3 \left\{ \begin{array}{l} x^4 + 2x^3 - 9x^2 + x + 2 \\ x^4 + 3x^3 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} x^3 - x^2 - 6x + 19 \\ -x^3 - 9x^2 \end{array} \right. \\
 \hline
 -x^3 - 9x^2 \\
 -x^3 - 9x^2 \\
 \hline
 -6x^2 + x \\
 -6x^2 - 18x \\
 \hline
 19x + 2 \\
 19x - 57 \\
 \hline
 -55
 \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ =  $-55$



সমাধান :

$$(v) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = 3x^4 - x^3 + 4x^2 - 5x - 1$$

$$\begin{aligned} \therefore p(5) &= 3(5)^4 - (5)^3 + 4(5)^2 - 5 \cdot 5 - 1 \\ &= 3 \cdot 625 - 125 + 4 \cdot 25 - 25 - 1 \\ &= 1875 - 125 + 100 - 25 - 1 \\ &= 1975 - 151 = 1824 \end{aligned}$$

$\therefore 3x^4 - x^3 + 4x^2 - 5x - 1$ -ক  $x - 5$ - বে হরণ করিলে ভাগশেষ হ'ব 1824.

ফল পরীক্ষা :

$$\begin{array}{r} x-5 \left\{ \begin{array}{l} 3x^4 - x^3 + 4x^2 - 5x - 1 \\ 3x^4 - 15x^3 \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} 3x^3 + 14x^2 + 74x + 365 \\ 14x^3 + 4x^2 \\ 14x^3 - 70x^2 \\ \hline 74x^2 - 5x \\ 74x^2 - 370x \\ \hline 365x - 1 \\ 365x - 1825 \\ \hline 1824 \end{array} \right. \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = 1824

সমাধান :

$$(vi) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(-\frac{3}{2}\right) &= 2\left(-\frac{3}{2}\right)^3 - 3\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 7\left(-\frac{3}{2}\right) + 5 \\ &= 2\left(\frac{-27}{8}\right) - 3\left(\frac{9}{4}\right) + \frac{-21}{2} + 5 \\ &= -\frac{27}{4} - \frac{27}{4} - \frac{21}{2} + 5 \\ &= -\frac{27}{2} - \frac{21}{2} + 5 \end{aligned} \quad \therefore 2x + 3 = 2\left(4 + \frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{-27-21+10}{2}$$

$$= -19$$

$\therefore 2x^3 - 3x^2 + 7x + 5$ -ক  $2x + 3$ - রে হরণ করিলে ভাগশেষ হ'ব  $-19$ .

ফল পরীক্ষা :

$$\begin{array}{r}
 2x + 3 \left) \begin{array}{l} 2x^3 - 3x^2 + 7x + 5 \\ 2x^3 + 3x^2 \end{array} \right. \begin{array}{l} x^2 - 3x + 8 \\ \hline -6x^2 + 7x \\ -6x^2 + 9x \\ \hline 16x + 15 \\ 16x + 24 \\ \hline -19 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = -19$$

প্রশ্ন 3.  $2x^3 - 3x^2 + 7x - 8$ -ক  $x - 1$ -রে হরণ করিলে ভাগশেষ কি হ'ব নির্ণয় করা ।

সমাধান :

$$\text{ধরা হ'ল, } p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x - 8$$

$$x - 1 \text{-রে হরণ করিলে}$$

$$\text{ভাগশেষ} = p(1) = 2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 8$$

$$= 2 - 3 + 7 - 8$$

$$= 9 - 11 = -2$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = -2$$

$$\begin{array}{r}
 \text{বিকল্পভাবে : } \quad x - 1 \left) \begin{array}{l} 2x^3 - 3x^2 + 7x - 8 \\ 2x^3 - 2x^2 \end{array} \right. \begin{array}{l} 2x^2 - x + 6 \\ \hline -x^2 + 7x \\ -x^2 + x \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x - 8 \\ 6x - 6 \\ \hline - 2 \end{array}$$

ভাগশেষ  $- 2$

প্রশ্ন 4. ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করি  $3x^2 + 5x - 11$ -ক  $2x + 5$ -বে হরণ করিলে ভাগশেষ কি হ'ব নির্ণয় করা ।

সমাধান :

ধরা হ'ল , ভাজ্য  $p(x) = 3x^2 + 5x - 11$

ভাজক,  $q(x) = 2x + 5$

$$= 2 \left( x + \frac{5}{2} \right)$$

$\therefore$  ভাগশেষ উপপাদ্য মতে ভাগশেষ,  $R = P \left( -\frac{5}{2} \right)$

$$\therefore R = 3 \left( -\frac{5}{2} \right)^2 + 5 \left( -\frac{5}{2} \right) - 11$$

$$= 3 \left( +\frac{25}{4} \right) - \frac{25}{2} - 11$$

$$= \frac{75}{4} - \frac{25}{2} - 11$$

$$= \frac{75 - 50 - 44}{4}$$

$$= -\frac{19}{4}$$

$\therefore$  ভাগশেষ  $-\frac{19}{4}$

প্রশ্ন 5. যদি  $x^3 + 3x^2 - kx + 4$ -ক  $x - 2$ -বে হরণ করিলে ভাগশেষ  $2k$  হয়, তেলে  $k$ -ব মান নির্ণয় করা ।

সমাধান :  $x^3 + 3x^2 - kx + 4$ -ক  $x - 2$ -বে হরণ করিলে ভাগশেষ  $2k$  হয় ।

$\therefore$  ভাগশেষ উপপাদ্য মতে,

$$\text{ভাগশেষ, } R = P(2) = 2k$$

$$\Rightarrow 2^3 + 3 \cdot 2^2 - k \cdot 2 + 4 = 2k$$

$$\Rightarrow 8 + 12 - 2k + 4 = 2k$$

$$\Rightarrow 24 = 4k$$

$$\Rightarrow k = 6$$

$\therefore k$  -ব নির্ণয় মান 6.

প্রশ্ন 6. বহুপদীয় রাশি  $f(x) = ax^3 - 9x^2 + 4x - 8$  -ক  $x + 3$  -বে হরণ করিলে

ভাগশেষ  $-20$  হয়।  $a$  -ব মান নির্ণয় করা।

সমাধান :  $f(x) = ax^3 - 9x^2 + 4x - 8$ , ভাজক  $= x + 3$

$$\therefore \text{ভাগশেষ, } f(-3) = a(3)^3 + 9(-3)^2 + 4(-3) - 8 = -20$$

$$\Rightarrow -27a + 81 - 12 - 8 = -20$$

$$\Rightarrow -27a = -20 - 61$$

$$\Rightarrow -27a = -81$$

$$\Rightarrow a = \frac{81}{27} = 3$$

$\therefore a$  -ব নির্ণয় মান 3.

প্রশ্ন 7.  $4x^3 - bx^2 + x - c$  -ক  $x + 1$  আৰু  $2x - 3$  -বে হরণ করিলে, ভাগশেষ ক্রমে 0 আৰু 30 হয়।  $b$  আৰু  $c$  -ব মান

নির্ণয় করা।

সমাধান : ধরা হ'ল,  $P(x) = 4x^3 - bx^2 + x - c$

$x + 1$  -বে হরণ করিলে, ভাগশেষ হ'ব

$$P(-1) = 4(-1)^3 - b(-1)^2 + (-1) - c = 0$$

$$\Rightarrow -4 - b - 1 - c = 0$$

$$\Rightarrow b - c = 5$$

$$\Rightarrow b + c = -5 \dots \dots \dots (i)$$

আকৌ,  $P(x)$  -ক  $2x - 3$  -বে হরণ করিলে, ভাগশেষ হ'ব -

$$P\left(\frac{3}{2}\right) = 4\left(\frac{3}{2}\right)^3 - b\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right) - c = 30$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{27}{8} - b \frac{9}{4} + \frac{3}{2} - c = 30$$

$$\Rightarrow \frac{27}{2} - \frac{9b}{4} + \frac{3}{2} - c = 30$$

$$\Rightarrow \frac{54 - 9b + 6 - 4c}{4} = 30$$

$$\Rightarrow -9b - 4c + 60 = 120$$

$$\Rightarrow -9b - 4c = 120 - 60 = 60$$

$$\Rightarrow -9b - 4c = 60$$

$$\Rightarrow 9b + 4c = -60 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) \times 9 \Rightarrow 9b + 9c = -45$$

$$(ii) \times 1 \Rightarrow 9b + 4c = -60$$

---


$$(-) \quad 5c = 15$$

$$\Rightarrow c = 3$$

$c$  -র মান (i) নং সমীকরণত বহুতাই পাওঁ -

$$b + 3 = -5$$

$$\Rightarrow = -5 - 3$$

$$\Rightarrow b = -8$$

$$\therefore b = -8, c = 3$$

প্রশ্ন 8.  $x^3 - ax^2 + bx + 7$  আৰু  $ax^3 + 7x^2 - 5x + b$  -ক ক্রমে  $x + 1$  আৰু  $x - 2$  -কৰিলে,

ভাগশেষ  $-1$  আৰু  $7$  হয়।  $a$  আৰু  $b$  -ৰ মান নির্ণয় কৰা। বে হৰণ

সমাধান :

ধৰা হ'ল,  $P(x) = x^3 - ax^2 + bx + 7$

প্রশ্নমতে,  $P(x)$ -ক  $x + 1$ -কৰিলে, ভাগশেষ  $-1$  হয়।

$$\therefore P(-1) = (-1)^3 - a(1)^2 + b(1) + 7$$

$$\Rightarrow -1 - a - b + 7 = -1$$

$$\Rightarrow -a - b = -7$$

$$\Rightarrow a + b = 7 \dots \dots \dots (i)$$

ধৰা হ'ল,  $q(x) = ax^3 + 7x^2 - 5x + b$

প্রশ্নমতে,  $q(x)$ -ক  $x - 2$ -কৰিলে, ভাগশেষ  $7$  হয়।

$$\therefore q(2) = a.2^3 + 7.2^2 - 5.2 + b = 7$$

$$\Rightarrow 8a + 28 - 10 + b = 7$$

$$\Rightarrow 8a + b = 7 - 18 = -11 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow a - 3a = 7 + 11$$

$$\Rightarrow -a = 18$$

$$\Rightarrow a = -18$$

a-র মান (i) নং -ত বহরাই পাওঁ -

$$-18 + b = 7$$

$$\Rightarrow b = 7 + 18 = 25$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় মান, } a = -18, b = 25$$

প্রশ্ন 9.  $x + 1$ -বে  $ax^3 - bx^2 - x + 5$  আৰু  $x^3 + ax^2 + 2x - b - 4$  -ক হৰণ কৰিলে,

ভাগশেষ ক্ৰমে  $-3$  আৰু  $10$  হয়।  $a$  আৰু  $b$  মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল,  $P(x) = x^3 - ax^2 - x + 5$

$x + 1$ -বে  $p(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

ভাগশেষ হব,  $P(-1) = a(-1)^3 - b(-1)^2 - 1 + 5 = -3$

$$\Rightarrow -a - b + 1 + 5 = -3$$

$$\Rightarrow -a - b = -9$$

$$\Rightarrow a + b = 9 \dots \dots \dots (i)$$

ধৰা হ'ল,  $q(x) = x^3 + ax^2 + 2x - b - 4$

$x - 1$ -বে  $q(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

ভাগশেষ হব,  $q(1) = 1^3 + a \cdot 1 + 2 \cdot 1 - b - 4 = 10$

$$\Rightarrow 1 + a + 2 - b - 4 = 10$$

$$\Rightarrow a - b = 10 + 1$$

$$\Rightarrow a - b = 11 \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore (i) + (ii) \Rightarrow 2a = 20; a = 10$$

আকৌ  $(i) + (ii) \Rightarrow 2b = -2 \Rightarrow b = -1 \quad \therefore a = 10, b = -1$

প্রশ্ন 10. বহুপদ বাশি  $kx^3 + 3x^2 - 5$  আৰু  $2x^3 - 5x + k$ -ক  $x - 4$ -ৰে হৰণ কৰিলে উভয় ক্ষেত্ৰতেই একে

ভাগশেষ থাকে।  $k$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল,  $P(x) = kx^3 + 3x^2 - 3$  আৰু

$$q(x) = 2x^3 - 5x + k$$

$x - 4$ -ৰে  $P(x)$  আৰু  $q(x)$ -ক হৰণ কৰিলে—

$$p(4) = q(4) \text{ হ'ব। [ ভাগশেষ উপপাদ্য মতে ]}$$

$$\Rightarrow k \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 - 3 = 2 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4 + k$$

$$\Rightarrow 64k + 3 \cdot 16 - 3 = 2 \cdot 64 - 20k$$

$$\Rightarrow 64k + 48 - 3 = 128 - 20k$$

$$\Rightarrow 64k - k = 108 - 45$$

$$\Rightarrow 63k = 63 \Rightarrow k = 1$$

$\therefore k$ -ৰ নিৰ্ণয় মান 1.

প্রশ্ন 11. তলত দিয়া বাশিবোৰৰ প্ৰথমটো, দ্বিতীয়টো বাশিৰ উৎপাদক হয় নে নহয়, পৰীক্ষা কৰা।

প্ৰথম বাশি

দ্বিতীয় বাশি

(i)  $x - 3$

$$x^3 + x^2 + 17x + 15$$

(ii)  $y + 2$

$$4y^3 - 3y^2 + 2y - 1$$

(iii)  $x - 1$

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 7$$

(iv)  $x + 1$

$$x^3 + 4x^2 + 5x + 2$$

(v)  $x + 2$

$$x^4 - x^2 - 12$$

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল,  $P(x) = x^3 + x^2 + 17x + 15$

$x - 3$ -ৰে  $P(x)$ -ক হৰণ কৰিলে -

$$\text{ভাগশেষ হ'ব, } p(-3) = 3^3 + 3^2 - 17 \cdot 3 + 15$$

$$= 27 + 9 - 51 + 15 = 51 - 51 = 0$$

$\therefore x - 3, x^3 + x^2 + 17x + 15$ - অর এটা উৎপাদক ।

সমাধান :

(ii) ধরা হ'ল,  $P(y) = 4y^3 - 3y^2 + 2y - 1$

$y + 2$ -রে  $P(x)$ -ক হরণ করিলে -

ভাগশেষ হ'ব ,  $p(-2) = 4(-2)^3 - 3(-2)^2 + 2(-2) - 1$

$$= 4(-8) - 3 \cdot 4 - 4 - 1$$

$$= -32 - 12 - 4 - 1 = -49 \neq 0$$

$\therefore y + 2$ , বাশিটো  $4y^3 - 3y^2 + 2y - 1$  - অর এটা উৎপাদক নহয় ।

সমাধান :

(iii) ধরা হ'ল,  $P(y) = x^3 - 6x^2 + 9x + 7$

$x - 1$ -রে  $P(x)$ -ক হরণ করিলে -

ভাগশেষ হ'ব ,  $p(1) = (1)^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 7$

$$= 1 - 6 + 9 + 7$$

$$= 17 - 6 = 11 \neq 0$$

$\therefore x - 1$ , বাশিটো  $x^3 - 6x^2 + 9x + 7$  - অর এটা উৎপাদক নহয় ।

সমাধান :

(iv) ধরা হ'ল,  $P(y) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

$x + 1$ -রে  $P(x)$ -ক হরণ করিলে -

ভাগশেষ হ'ব ,  $p(-1) = (-1)^3 + 4(-1)^2 + 5(-1) + 2$

$$= -1 + 4 - 5 + 2$$

$$= 6 - 6 = 0$$

$\therefore x + 1$ , বাশিটো  $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$  - অর এটা উৎপাদক ।



সমাধান :

$$(v) \text{ ধরা হ'ল, } P(y) = x^4 - x^2 - 12$$

$x + 2$ -কে  $P(x)$ -ক হরণ করিলে -

$$\text{ভাগশেষ হ'বে, } p(-2) = (-2)^4 - (-2)^2 - 12$$

$$= 16 - 4 - 12$$

$$= 16 - 16 = 0$$

$\therefore x + 2$ , বাশিটো  $x^4 - x^2 - 12$  -অব এটা উৎপাদক।

প্রশ্ন 12. দেখুওরা যে :

$$(i) x - 1, x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - 1 - \text{অব এটা উৎপাদক।}$$

$$(ii) 2x + 7, 2x^3 + 7x^2 - 10x - 35 - \text{অব এটা উৎপাদক।}$$

$$(iii) x + 3, 2x^3 + 9x^2 + 14x + 15 - \text{অব এটা উৎপাদক।}$$

সমাধান :

$$(i) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - 1$$

$$\Rightarrow p(1) = 1^6 - 1^5 + 1^4 - 1^3 + 1^2 - 1$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$

$\therefore x - 1$  বাশিটো  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - 1$  -অব এটা উৎপাদক।

সমাধান :

$$(ii) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = 2x^3 + 7x^2 - 10x - 35$$

$$\Rightarrow p\left(-\frac{7}{2}\right) = 2\left(-\frac{7}{2}\right)^3 + 7\left(-\frac{7}{2}\right)^2 - 10\left(-\frac{7}{2}\right) - 35$$

$$= 2\left(-\frac{343}{8}\right) + 7 \times \frac{49}{4} + 10 \times \frac{7}{2} - 35$$

$\therefore 2\left(x + \frac{7}{2}\right) = 2x + 7$  বাশিটো  $2x^3 + 7x^2 - 10x - 35$  -অব এটা উৎপাদক।

সমাধান :

$$(iii) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = 2x^3 + 9x^2 + 14x + 15$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p(-3) &= 2(-3)^3 + 9(-3)^2 + 14(-3) + 15 \\ &= 2(-27) + 9 \cdot 9 - 42 + 15 \\ &= -54 + 81 - 42 + 15 \\ &= 96 - 96 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore x + 3$  বাশিটো  $2x^3 + 9x^2 + 14x + 15$  - অর এটা উৎপাদক ।

প্রশ্ন 13.  $k$  -র মান নির্ণয় কৰা, যদি -

$$(i) x - 1, kx^3 - 1 - \text{ ব এটা উৎপাদক হয় ।}$$

$$(ii) x + 1, x^3 + k - \text{ ব এটা উৎপাদক হয় ।}$$

$$(iii) x - 3, x^3 + kx^2 + 3x - 18 - \text{ ব এটা উৎপাদক হয় ।}$$

সমাধান :

$$(i) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = kx^3 - 1$$

$\therefore$  প্রশ্নমতে,  $x - 1, p(x)$ - অর এটা উৎপাদক ।

$$\begin{aligned} \therefore p(1) &= k \cdot 1^3 - 1 = 0 \\ &\Rightarrow k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1 \end{aligned}$$

$\therefore k$  -র নির্ণেয় মান 1.

সমাধান :

$$(ii) \text{ ধরা হ'ল, } p(x) = x^3 + k$$

$\therefore$  প্রশ্নমতে,  $x - 1, p(x)$ - অর এটা উৎপাদক ।

$$\begin{aligned} \therefore p(1) &= (1)^3 + k = 0 \\ &\Rightarrow 1 + k = 0 \Rightarrow k = -1 \end{aligned}$$

$\therefore k$  -র নির্ণেয় মান -1.

সমাধান :

$$(iii) \text{ ধৰা হ'ল, } p(x) = x^3 + kx^2 + 3k - 18$$

$\therefore$  প্ৰশ্নমতে,  $x - 3, p(x)$ - অৰ এটা উৎপাদক ।

$$\therefore p(3) = (3)^3 + k \cdot 3^2 + 3 \cdot k - 18 =$$

$$\Rightarrow 27 + 9k + 3k - 18 = 0$$

$$\Rightarrow 12k = -27 + 18 = -9$$

$$\Rightarrow k = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore k \text{-ৰ নিৰ্ণেয় মান } -\frac{3}{4} \text{ ।}$$

প্ৰশ্ন 14. যদি  $(x - a), x^3 - ax^2 + x + 2$  -ৰ এটা উৎপাদক হয়, তেন্তে  $a$  -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } p(x) = x^3 - ax^2 + x + 2$$

$\therefore$  যিহেতু,  $x - a, p(x)$ - অৰ এটা উৎপাদক ।

$$\text{সেয়ে } p(a) = a^3 - a \cdot a^2 + a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^3 - a^3 + a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore a \text{-ৰ নিৰ্ণেয় মান } -2 \text{ ।}$$

প্ৰশ্ন 15. উৎপাদক উপপাদ্যৰ সহায়ত দেখুওৱা যে,  $x - 3, x^3 - 7x^2 + 15x - 9$  -অৰ এটা উৎপাদক । প্ৰদত্ত বাশিটোৰ উৎপাদক

বিশ্লেষণ কৰা ।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } p(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$$

$$\Rightarrow p(3) = 3^3 - 7 \cdot 3^2 + 15 \cdot 3 - 9 \text{- অৰ এটা উৎপাদক ।}$$

$$= 27 - 63 + 45 - 9$$

$$\Rightarrow 72 - 72 = 0$$

$$\therefore x - 3 \text{ বাশিটো } x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \text{ অৰ এটা উৎপাদক ।}$$

উৎপাদক বিশ্লেষণ :

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \\
 &= x^2(x - 3) - 4x(x - 3) + 3(x - 3) \\
 &= (x - 3)(x^2 - 4x + 3) \\
 &= (x - 3)(x^2 - 3x - x + 3) \\
 &= (x - 3)(x - 3)(x - 1)
 \end{aligned}$$

$\therefore x$ -ব নির্ণেয় মান  $x - 3$  আৰু  $x - 1$ .

প্রশ্ন 16.  $x - 2$  আৰু  $x + 3$  বাশি দুটা  $x^3 + ax^2 + bx - 12$ -ৰ একোটা উৎপাদক হ'লে  $a$  আৰু  $b$ -ৰ মান উলিওৱা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল,  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 12$

$x - 2, x + 3$  বাশি দুয়  $p(x)$ - অৰ এটা উৎপাদক।

$$\therefore p(2) = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = 4$$

$$\Rightarrow 2a + b = 2 \dots \dots \dots (i)$$

আকৌ,  $p(-3) = (-3)^3 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 12 = 0$

$$\Rightarrow -27 + 9a - 3b - 12 = 0$$

$$\Rightarrow 9a - 3b = 39$$

$$\Rightarrow 3a - b = 13 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) + (ii) \Rightarrow 5a = 15$$

$$\Rightarrow a = 3$$

(a)-ৰ মান (i) নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ—

$$2 \cdot 3 + b = 2$$

$$\Rightarrow b = 2 - 6 = -4$$

$\therefore$  নির্ণেয় মান :  $a = 3, b = -4$

প্রশ্ন : 17. যদি  $x^3 + 10x^2 + ax + b$  বহুপদ বাশিটো  $x - 1$  আৰু  $x + 2$  দ্বাৰা বিভাজ্য হয় ,

তেম্বেহ  $a$  আৰু  $b$  -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } p(x) = x^3 + 10x^2 + ax + b$$

যিহেতু  $x - 1$ , আৰু  $x + 2$ - ৰে  $p(x)$  সম্পূৰ্ণভাৱে বিভাজ্য ।

$$\text{সেয়ে, } p(1) = 0, p(-2) = 0 \text{ হব ।}$$

$$\text{এতিয়া, } p(1) = 1^3 + 10 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + b = 0$$

$$\Rightarrow 1 + 10 + a + b = 0$$

$$\Rightarrow a + b = -11 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আকৌ, } p(-2) = (-2)^3 + 10 \cdot (-2)^2 + a \cdot (-2) + b = 0$$

$$\Rightarrow -8 + 10 \cdot 4 - 2a + b = 0$$

$$\Rightarrow -8 + 40 - 2a + b = 0$$

$$\Rightarrow -2a + b = -32 \dots \dots \dots (ii)$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow 3a = -11 + 32$$

$$\Rightarrow 3a = 21$$

$$\Rightarrow a = 7$$

(a)-ৰ মান (i) নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ –

$$7 + b = -11$$

$$\Rightarrow = -11 - 7 = -18$$

$\therefore$  নিৰ্ণয় মান :  $a = 7, b = -18$

প্রশ্ন 18.  $k$  -ৰ কি মানৰ বাবে  $x^2 - 3x - 10, 3x^2 + 5x - 2$  আৰু  $x^3 - 3x^2 - 6x + k$  বাশি তিনিটাৰ এটা সাধাৰণ

(উমৈহতীয়া) উৎপাদক থাকিব ?

$$\text{সমাধান : } x^2 - 3x - 10 = x^2 - 5x + 2x - 10$$

$$= x(x - 5) + 2(x - 5)$$

$$= (x - 5)(x + 2)$$

$$\begin{aligned}
3x^2 + 5x - 2 &= 3x^2 + 6x - x - 2 \\
&= 3x(x + 2) - 1(x + 2) \\
&= (x + 2)(3x - 1)
\end{aligned}$$

এই বাশিদ্দুটাৰ সাধাৰণ উৎপাদক  $x + 2$ ; আৰু ই নিশ্চয়  $x^3 + 3x^2 - 6x + k$ -ৰ এটা উৎপাদক হ'ব।

$$\therefore p(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + k \text{ হ'লে}$$

$$p(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 - 6(-2) + k = 0 \text{ হ'ব}$$

$$= -8 - 3 \cdot 4 + 12 + k = 0$$

$$= -8 - 12 + 12 + k = 0$$

$$= -8 + k = 8$$

$$\therefore k = 8$$

$\therefore k$ -ৰ নিৰ্ণয় মান 8.

প্ৰশ্ন 19.  $p$  ৰ কি মানৰ বাবে  $x + 4, 2x^3 + 3x^2 + px + 8$  আৰু এটা উৎপাদক হ'ব ?

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল, } p(x) = 2x^3 + 3x^2 + px + 8$$

$$x + 4, p(x)\text{-এটা উৎপাদক}$$

$$\therefore p(-4) = 2(-4)^3 + 3(-4)^2 + p(-4) + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2(-64) + 3 \cdot 16 - 4p + 8 = 0$$

$$\Rightarrow -128 + 48 - 4p + 8 = 0$$

$$\Rightarrow -4p - 72 = 0$$

$$\Rightarrow -4p = 72$$

$$\Rightarrow p = \frac{72}{-4} = -18$$

$\therefore p$ -ৰ নিৰ্ণয় মান  $-18$ .