

প্রথম  
অধ্যায়

বাস্হর সংখ্যা  
(REAL NUMBERS)

অনুশীলনী : 1.1

প্রশ্ন 1. ইউক্লিডৰ কলনবিধি ব্যৱহাৰ কৰি গ.সা.উ উলিওৱা -

(i) 135 আৰু 225

(ii) 196 আৰু 38220

(iii) 867 আৰু 255

সমাধান :

(i) ইউক্লিডৰ কলনবিধি ব্যৱহাৰ কৰি :

সোপান - 1 : ∴ 225 > 135, আমি 225 আৰু 135 ৰ ওপৰত বিভাজন

প্ৰমেয়িক প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ -

$$225 = 135 \times 1 + 90$$

সোপান - 1 : ∴ ভাগশেষ 90 ≠ 0 আমি 35 আৰু 90 -ৰ ওপৰত বিভাজন প্ৰমেয়িক

প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ -

$$135 = 90 \times 1 + 45$$

সোপান - 1 : ∴ ভাগশেষ 45 ≠ 0, নতুন ভাজক 90 আৰু নতুন ভাগশেষ 45 বাচিবলৈ আৰু বিভাজন প্ৰমেয়িকা প্ৰয়োগ

কৰি পাওঁ, ভাগশেষত 0 পোৱালৈ কে এই প্ৰণালীটো অব্যাহত ৰখা হ'ল । এই পৰ্যায়ত পোৱা ভাজকটোৱে হ'ব নিৰ্ণয় গ.সা.উ. ।

$$90 = 45 \times 2 + 0$$

∴ ভাগশেষ শূন্য পোৱা গ'ল, গতিকে আমাৰ প্ৰক্ৰিয়া বন্ধ কৰা হ'ল ।

$$\therefore 3 \text{ নং ধৰ্মত ভাজক} = 45, 70 \text{ আৰু } 45\text{-ৰ গ.সা.উ.} = 45.$$

$$\therefore 135 \text{ আৰু } 225 \text{-ৰ গ.সা.উ.} = 45$$

(ii) সোপান - 1 : ∴ 38220 > 196, আমি ল্যামমাৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া দ্বাৰা 38220 ক 196 ৰে

হৰণ কৰি পাওঁ-

$$38220 = 196 \times 195 + 0$$

∴ ভাগশেষ শূন্য পোৰা গ'ল, এই হৰণ প্ৰক্ৰিয়া বন্ধ কৰা হ'ল । যিহেতু,

$$\text{এই ধাপত ভাজক} = 196, \text{ এতিয়া } 38220 \text{ আৰু } 196\text{-ৰ গ.সা.উ.} = 196.$$

∴ নিৰ্ণেয় গ.সা.উ. = 196.

∴ 135 আৰু 225 -ৰ গ.সা.উ. = 45

(iii) সোপান - 1 : ∴  $867 > 225$ , আমি ল্যামমাৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি পাওঁ-

$$867 = 225 \times 3 + 102$$

সোপান - 2 : যিহেতু, ভাগশেষ : 102, 0, আকৌ ল্যামমাৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি পাওঁ-

$$102 = 51 \times 2 + 0$$

∴ ভাগশেষ পোৰা গ'ল অথবা এই প্ৰক্ৰিয়া বন্ধ কৰা হ'ল ।

$$102 \text{ আৰু } 51\text{-ৰ গ.সা.উ.} = 51$$

∴ 867 আৰু 255-ৰ গ.সা.উ. = 51

প্ৰশ্ন 2. দেখুওৱা যে যিকোনো যোগাত্মক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যাই  $6q + 1$ , বা  $6q + 3$ , বা  $6q + 5$  আৰ্হিৰ, য'ত  $q$  এটা কোনোবা অখণ্ড সংখ্যা ।

সমাধান :

ধৰা হ'ল  $a$  এটা যিকোনো যোগাত্মক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা । এতিয়া ইউক্লিডৰ কলনবিধিৰ সহায়ত  $a$  ক  $b$  -ৰে হৰণ কৰি 6 পোৰা যায় ।

∴  $0 \leq r < 6$ , সম্ভৱপৰ অৱশিষ্টবোৰ হ'ব : 0, 1, 2, 3, 4 আৰু 5 অৰ্থাৎ  $a'$  হ'ব পাৰে  $6q$  অথবা,  $6q + 1$  অথবা,

$6q + 2$  অথবা,  $6q + 3$ , অথবা  $6q + 4$ , অথবা,  $6q + 5$  য'ত

' $q$ ' এটা অৱশিষ্ট । আকৌ, যিহেতু ' $a$ ' অযুগ্ম । অতএব ' $a$ ' ৰ মানবোৰ  $6q, 6q + 2$  আৰু  $6q + 4$  হ'ব নোৱাৰে ।

যিহেতু গোটটাইকেইটা 2-ৰে বিভাজ্য ।

∴  $6q + 1$  অথবা,  $6q + 3$  অথবা,  $6q + 5$  -এই ধৰণৰ সংখ্যাবোৰ অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা ।

প্ৰশ্ন 3. 616 সদস্যৰ এটা সৈন্যবাহিনীৰ গোট 32 জনীয়া এটা সেনাদলৰ পিছে পিছে কদম -খোজ কাঢ়ি কাঢ়ি যাবলগীয়া হ'ল । দুয়োটা দলেই একে সমান সংখ্যক স্হস্তৰ কদম-খোজ কাঢ়িবলগীয়া হ'ল । তেওঁলোকে খোজ কাঢ়িবলগীয়া স্হস্তৰ উচ্চতম সংখ্যা কি হ'ব ?

সমাধান :

এটা সৈন্যবাহিনীৰ মুঠ সদস্য = 616 আৰু 32 । (দুটা দল আছে) ।

যিহেতু, দল দুটা সমান সংখ্যক স্হস্তৰকাৰে থিয় হৈ কদম খোজ কাঢ়িব লাগে । এতিয়া স্হস্তৰ উচ্চতম সংখ্যা উলিয়াব লাগে ।

∴ সৰ্বাধিক উচ্চতম সংখ্যক স্হস্ত = 616 আৰু 32-ৰ গ.সা.গু. ।

ঢাপ - 1 ∴ ∴ 616 > 32, এতিয়া বিভাজন প্ৰক্ৰিয়া দ্বাৰা 616 ক 32-ৰে হৰণ কৰি পাওঁ-

$$616 = 32 \times 19 + 8$$

ঢাপ - 2 ∴ ∴ 8 ≠ 0, এতিয়া, আকৌ বিভাজন প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহা কৰি পাওঁ-

$$32 = 8 \times 4 + 0$$

যিহেতু, অৱশিষ্ট শূন্য পোৱা গ'ল এতিয়া এই সোপানত ভাজক = 8

$$\therefore 616 \text{ আৰু } 32\text{-ৰ গ.সা.গু} = 8$$

এতিয়া , উচ্চতম স্হস্তৰ সংখ্যা হ'ল 8, য'ত সৈন্যবাহিনী কদম খোজ কঢ়িব পাৰে ।

প্ৰশ্ন 4. ইউক্লিডৰ বিভাজন প্ৰমেয়িকা ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা যে যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গই হয়  $3m$  নাইবা

$3m + 1$  আৰ্হিব, য'ত  $m$  এটা কোনোবা অখণ্ড সংখ্যা ।

[ ইংগিতঃ ধৰা এটা যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যা । তেন্তে ইয়াৰ আৰ্হি হ'ব  $3q, 3q + 1$  বা  $3q + 2$  এতিয়া

ইহঁতৰ প্ৰতিটোকে বৰ্গ কৰা আৰু দেখুওৱা যে সিহঁতক  $3m$  বা  $3m + 1$  আৰ্হিত লিখিব পাৰি । ]

সমাধান :

ধৰা হ'ল যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যা =  $x$  । তেনে হ'লে  $3q, 3q + 1$

অথবা  $3q + 2$  যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'ব ।

যদি  $x = 3q$  ধৰা হয়, তেনে হ'লে উভয়পক্ষক বৰ্গ কৰি পাওঁ -

$$\begin{aligned} (x)^2 &= (3q)^2 \\ &= 9q^2 = 3(3q^2) = 3m, \text{ যত } m = 3q^2 \end{aligned}$$

আৰু ' $m$ ' এটা অখণ্ড সংখ্যা ।

সুত্ৰমতে ,  $x^2 = 3m \dots \dots \dots (i)$

যদি  $x = 3q + 1$  হয়, তেনে হ'লে উভয়পক্ষক বৰ্গ কৰি পাওঁ -

$$\begin{aligned} x^2 &= (3q + 1)^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 9q^2 + 1 + 2 \times 3q \times 1 \\ \Rightarrow x^2 &= 3(3q^2 + 2q) + 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 = 3m + 1 \dots \dots \dots (2), \text{ য'ত } m = 3q^2 + 2q,$$

আকৌ,  $m$  -এটা অখণ্ড সংখ্যা ।

এতিয়া, (1) আৰু (2) - ৰ পৰা পাওঁ -

$$x^2 = 3m, 3m + 1$$

এতিয়া, যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গ,  $3m$  নাইবা,  $3m + 1$  আকাৰত হ'ব ।

প্ৰশ্ন 5. ইউক্লিডৰ বিভাজন প্ৰমেয়িকা ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা যে যি কোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ

ঘনফলটো  $9m, 9m + 1$  নাইবা  $9m + 8$  আৰ্হি ।

সমাধান : ধৰা হ'ল যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ডসংখ্যা আৰু  $b = 3$  ।

$$\therefore x = 3q + r, \text{ য'ত ভাগফল} = 9 \text{ আৰু ভাগশেষ} = r$$

$$\therefore 0 \leq r < 3$$

যদি  $r = 0$  হয়, তেতিয়া  $x = 3q$  হ'ব ।

যদি  $r = 1$  হয়, তেতিয়া  $x = 3q + 1$  হ'ব ।

যদি  $r = 2$  হয়, তেতিয়া  $x = 3q + 2$  হ'ব ।

$$\therefore x = 3q$$

উভয়পক্ষক ঘন কৰি পাওঁ -

$$(x)^3 (3q)^3$$

$$\Rightarrow x^3 = 27q^3 = 9(3q^3) = 9m, \text{ য'ত}$$

$$m = 3q^3, \text{ ই এটা অখণ্ড সংখ্যা ।}$$

$$x^3 = 9m \dots \dots \dots (1)$$

যদি  $x = 3q + 1$ , উভয়পক্ষক ঘন কৰি পাওঁ -

$$(x)^3 = (3q + 1)^3$$

$$\Rightarrow x^3 = 27q^3 + 27q^2 + 9q + 1$$

$$= 9(3q^3 + 9q^2 + q) + 1$$

$$= (9m + 1), \text{ য'ত } m = 3q^3 + 3q^2 + q \text{ আৰু ই এটা অখণ্ড সংখ্যা ।}$$

$$\therefore x^3 = 9m + 1 \dots \dots \dots (2)$$

আকৌ , যদি  $x = 3q + 2$ , উভয়পক্ষক ঘন কৰি পাওঁ -

$$(x)^3 = (3q + 2)^3$$

$$\Rightarrow x^3 = 27q^3 + 54q^2 + 36q + 8$$

$$\Rightarrow x^3 = 9(3q^3 + 4q) + 8$$

$$\Rightarrow x^3 = 9m + 8 \text{ য'ত}$$

$$m = 3q^3 + 6q^2 + 4q$$

$$\therefore x^3 = 9m + 8 \dots \dots \dots (3)$$

$\therefore$  (1), (2) আৰু (3) -ৰ পৰা আমি পাওঁ যে -যিকোনো যোগাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ ঘনফল  $9m, 9m + 1$  অথবা  $9m + 8$  আকাৰত থাকিব।

অনুশীলনী - 1.2

প্ৰশ্ন 1. প্ৰতিটো সংখ্যাকে ইয়াৰ মৌলিক উৎপাদকবোৰৰ গুণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা :

(i) 140      (ii) 156      (iii) 3825      (iv) 5005      (v) 7429

সমান :

(i) 140 -ৰ মৌলিক উৎপাদক :  $(2)^2(35)$  আৰু গুণফল =  $(2)^2(5)(7)$

(ii) 156 -ৰ মৌলিক উৎপাদক :  $(2)^2(39)$  আৰু গুণফল =  $(2)^2(3)(13)$

(iii) 3825-ৰ মৌলিক উৎপাদক :

$$(3)^2(425) \text{ আৰু গুণফল} = (3)^2(5)(85) = (3)^2(5)^2(17)$$

(iv) 5005 -ৰ মৌলিক উৎপাদক :  $(5)(1001)$

$$\text{আৰু গুণফল} = (5)(7)(143)$$

$$= (5)(7)(11)(13)$$

(v) 7429-ৰ মৌলিক উৎপাদক :  $(17)(437)$

$$\text{আৰু গুণফল} (17)(19)(23)$$

প্ৰশ্ন 2. তলৰ অখণ্ড সংখ্যাকোইযোৰৰ ল.সা.গু. আৰু গ.সা.উ. উলিওৱা ।

সত্যাপন কৰা যে ল.সা.গু.  $\times$  গ.সা.উ. = সংখ্যা দুটাৰ গুণফল ।

(i) 26 আৰু 91      (ii) 510 আৰু 92      (iii) 336 আৰু 54

সমাধান :

(i) 26 -ৰ মৌলিক উৎপাদক : (2) (13)

আৰু 91-ৰ মৌলিক উৎপাদক : (7) (13)

$\therefore$  26 আৰু 91 -ৰ গ.সা.উ. = 13

আৰু ল.সা.গু. = (2) (7) (13) = 182

সত্যাপন (Verification) :

ল.সা.গু. (26, 91)  $\times$  গ.সা.উ (26, 91)

= (13)  $\times$  (182)

= (13)  $\times$  (2)  $\times$  (91)

= (26)  $\times$  (91) = সংখ্যা দুটাৰ গুণফল ।

(ii) 510-ৰ মৌলিক উৎপাদক = (2)(255)

আৰু গুণফল = (2)(3)(85)

= (2)(3)(5)(17)

আৰু 92-ৰ মৌলিক উৎপাদক = (2)(46)

= (2)<sup>2</sup>(23)

$\therefore$  510 আৰু 92-ৰ গ.সা.উ. = 2

আৰু ল.সা.গু. = (2)<sup>2</sup>(3)(5)(17)(23) = 23460

সত্যাপন (Verification) :

ল.সা.গু.  $\times$  গ.সা.উ

= (2)  $\times$  (23460)

= (2)  $\times$  (2)<sup>2</sup>(3)(5) (17)(23)

$$= (2)(3)(5)(17) \times (2)^2(23)$$

$$= 510 \times 92 = \text{সংখ্যা দুটাৰ গুণফল ।}$$

**(iii) 336-ৰ মৌলিক উৎপাদক**

$$= (2)(168)$$

$$= (2)(2)(84)$$

$$= (2)(2)(2)(2)(21) = (2)^4(3)(7)$$

আৰু 54-ৰ মৌলিক উৎপাদক

$$= (2)(27)$$

$$= (2)(3)(9)$$

$$= (2)(3)(3)(3) = (2)(3)^3$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{আৰু ল.সা.গু.} = (2)^4(3)^3(7)$$

$$= 3024$$

**সত্যাপন (Verification) :**

$$\text{ল.সা.গু.}(336, 54) \times \text{গ.সা.উ.}(336, 54)$$

$$= 6 \times 3024$$

$$= (2)(3) \times (2)^4(3)^3(7)$$

$$= 336 \times 54$$

$$= \text{সংখ্যা দুটাৰ গুণফল ।}$$

**প্ৰশ্ন 3.** মৌলিক উৎপাদকীকৰণৰ পদ্ধতিৰে তলৰ অখণ্ড সংখ্যাবোৰৰ ল.সা.গু. আৰু ল.সা.উ. উলিওৱা ।

**(i) 12,15 আৰু 21 (ii) 17, 23 আৰু 29 (iii) 8, 9 আৰু 25**

সমাধান :

**(i)** 12,15 আৰু 21-ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল :

$$12 = (2)(6) = (2)(2)(3)$$

$$15 = (3)(5)$$

$$21 = (3)(7)$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} = 3$$

$$\text{আক ল.স.গু.} = (2)^2(3)(5)(7) = 420.$$

(ii) 17,23 আৰু 29-ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল :

$$17 = (17)(1)$$

$$23 = (23)(1)$$

$$29 = (29)(1)$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} = 1$$

$$\text{আক ল.স.গু.} = 17 \times 23 \times 29 = 11339$$

(iii) 8, 9 আৰু 25-ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল :

$$8 = (2)(4) = (2)(2)(2) = (2)^3(1)$$

$$9 = (3)(3) = (3)^2(1)$$

$$25 = (5)(5) = (5)^2(1)$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} = 1$$

$$\text{আক ল.স.গু.} = (2)^3(3)^2(5)^2 = 1800.$$

প্ৰশ্ন 4. দিয়া আছে গ.সা.উ.  $(306, 657) = 9$  । ল.সা.গু.  $(306, 657)$  উলিওৱা ।

সমাধান :

306 আৰু 657-ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল :

$$306 = (2)(153) = (2)(3)(51)$$

$$= (2)(3)(3)(17)$$

$$= (2)(3)^2(17)$$

$$\therefore 657 = (3)(219) = (3)(3)(73) = (3)^2(73)$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} = (3)^2 = 9$$

$$\therefore \text{গ.সা.উ.} \times \text{ল.সা.গু.} = \text{সংখ্যা দুটাৰ গুণফল} ।$$

$$\Rightarrow 9 \times \text{ল.সা.গু.} = 306 \times 657$$



$$\Rightarrow \text{গ.সা.গু.} = \frac{34}{\cancel{306} \times 657} = 34 \times 657 = 22338$$

প্রশ্ন 5. পরীক্ষা কৰা, কোনোবা স্বাভাৱিক সংখ্যা  $n$  অব ক্ষেত্ৰত  $6^n$  সংখ্যাটো  $0$  অংকেৰে শেষ হ'ব পাৰেনে নাই।

সমাধান : ধৰা হ'ল  $6^n$  শূন্যৰে শেষ হয়, য'ত  $n \in N$ .

$\therefore 6^n$  সংখ্যাটো ৫ দ্বাৰা সম্পূৰ্ণৰূপে বিভাজ্য হ'ব।

কিন্তু, 6-ৰ মৌলিক উৎপাদক 2 আৰু 3.

$\therefore 6^n$  -ৰ উৎপাদক হ'ব  $(2 \times 3)^n$ । ইয়াৰ পৰা কোৱা যায় যে  $6^n$ -ৰ উৎপাদক 5 নহয়।

$\therefore$  পাটীগণিতৰ প্ৰাথমিক উপপাদ্যৰ পৰা ক'ব পাৰো যে প্ৰতিটো যৌগিক সংখ্যাক মৌলিক সংখ্যাৰ গুণফল হিচাবে প্ৰকাশ কৰা যায় আৰু এই উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ল অদ্বিতীয়। গতিকে আমাৰ কল্পনা বা অনুমান কৰাটো ভুল। এতেকে কোন মৌলিক সংখ্যা পোৱা নেযায়, য'ত  $6^n$ -ত শেষ পদটো শূন্য হ'ব।

প্রশ্ন 6.  $7 \times 11 \times 13 + 13$  আৰু  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$  সংখ্যা দুটা কিয় যৌগিক, সংখ্যা, ব্যাখ্যা কৰা

সমাধান : ধৰা হ'ল  $7 \times 11 \times 13 + 13 = 13[7 \times 11 + 1]$ , ই মৌলিক সংখ্যা নহয় কাৰণ

ইয়াৰ এটা উৎপাদক 13।

এতেকে, ই এটা যৌগিক সংখ্যা।

আকৌ,  $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$

$= 5[7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1]$ , ই মৌলিক সংখ্যা নহয়, কাৰণ ইয়াৰ এটা

উৎপাদক হ'ল 5। এতেকে, ই এটা যৌগিক সংখ্যা।

প্রশ্ন 7. এখন খেল পথাৰৰ চাৰিওপিনে এটা বৃত্তাকাৰ পথ। খেল পথাৰখন গাড়ীৰে এবাৰ ঘূৰিবলৈ ছোনিয়াৰ 18 মিনিট লাগে, য'ত একেটা ঘূৰণতে ৰবিৰ লাগে 12 মিনিট। ধৰা তেওঁলোকে একেটা বিন্দুতে একে সময়তে আৰু একেটা দিশত যাত্ৰা আৰম্ভ কৰে। কিমান মিনিট পিছত তেওঁলোকে আকৌ আৰম্ভণি বিন্দুটোত লগ লাগিব ?

সমাধান : এটা বৃত্তাকাৰ পথ একপাক ঘূৰোতে ছোনিয়াৰ সময় লাগে 18 মিনিট আৰু ৰবিৰ ঘূৰোতে সময় লাগে 12 মিনিট।

সিহঁতে আকৌ আৰম্ভণি বিন্দুটোত (Starting point) লগ

লাগিব = 18 আৰু 12-ৰ ল.সা.গু.।

এতিয়া, 18 আৰু 12-ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল :

$$18 = (2)(9) = (2)(3)(3) = (2)(3)^2$$

$$\text{আৰু } 12 = (2)(6) = (2)(2)(3) = (2)^2(3)$$

$$\therefore \text{ল.সসা.ঙ. } (18, 12) = (2)^2(3)^2 = 4 \times 9 = 36$$

$\therefore$  36 মিনিট পিছত, সিহঁতে আৰম্ভণিৰ বিন্দুটোত লগ লাগিব ।

### অনুশীলনী - 1.3

প্ৰশ্ন 1. দেখুওৱা যে  $\sqrt{5}$  অপৰিমেয় ।

সমাধান : বিৰুদ্ধভাৱে ধৰা হ'ল,  $\sqrt{5}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা যাতে

$$\sqrt{5} = \frac{p}{q}, (p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0) \dots \dots \dots (i)$$

আৰু 1-ৰ বাহিৰে  $p$  আৰু  $q$ -ৰ কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই ।

$$\therefore p^2 = 5q^2 \dots \dots \dots (ii) \text{ [ (i) ক বৰ্গ কৰি ]}$$

কিন্তু  $5q^2$  এটা অযুগ্ম সংখ্যা ।

$\therefore p^2$  এটা অযুগ্ম সংখ্যা ।

$\Rightarrow p$  এটা অযুগ্ম সংখ্যা ।

$$\Rightarrow p = 5m [m \in \mathbb{Z}]$$

$$\Rightarrow p^2 = 25m^2$$

$$\Rightarrow 5q^2 = 25m^2 \Rightarrow q^2 = 5m^2 \Rightarrow q^2 \text{ অযুগ্ম} \Rightarrow q \text{ অযুগ্ম} ।$$

$\therefore p, q$  উভয়ে অযুগ্ম, আৰু  $p, q$  -ৰ সাধাৰণ উৎপাদক 5 । কিন্তু এইটো অসম্ভৱ, যিহেতু ধৰা হৈছিল  $p$  আৰু  $q$  -ৰ 1-ৰ বাহিৰে আন

সাধাৰণ উৎপাদক নাই ।

$\therefore \sqrt{5}$  পৰিমেয় হ'ব নোৱাৰে ।

$\therefore \sqrt{5}$  অপৰিমেয় [ প্ৰমাণিত ] ।

প্ৰশ্ন 2. দেখুওৱা যে  $3 + 2\sqrt{5}$  অপৰিমেয় ।

সমাধান : বিৰুদ্ধভাৱে ধৰা হ'ল, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো পৰিমেয় ।

$$\therefore 3 + 2\sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ য'ত } p, q \in \mathbb{Z} \text{ আৰু } q \neq 0$$

$$\Rightarrow 3 - \frac{p}{q} = 2\sqrt{5} \Rightarrow \frac{3q-p}{q} = -2\sqrt{5}$$

$\therefore -2\sqrt{5}$  পৰিমেয় সংখ্যা, যিটো অসম্ভৱ ।

$\therefore 3 + 2\sqrt{5}$  অপৰিমেয় সংখ্যা [ প্রমাণিত ] ।

প্রশ্ন 3. দেখুওৱা যে তলৰ সংখ্যাবোৰ অপৰিমেয় :

(i)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(ii)  $7\sqrt{5}$

(iii)  $6 + \sqrt{2}$

সমাধান : (i)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

বিকল্পভাৱে ধৰা হ'ল, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো পৰিমেয় ।

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q} \text{ য'ত } p, q, \in \mathbb{Z} \text{ আৰু } q \neq 0$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{2p}$$

$p$  দ্বাৰা উভয়পক্ষক হৰণ কৰি পাওঁ-

$$\frac{q}{p} = \sqrt{2} \quad (p \neq 0)$$

অৰ্থাৎ  $\sqrt{2}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা, যিটো অসম্ভৱ ।

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ অপৰিমেয় সংখ্যা [ প্রমাণিত ] ।}$$

সমাধান : (ii)  $7\sqrt{5}$

বিকল্পভাৱে ধৰা হ'ল, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো পৰিমেয় ।

$$\therefore 7\sqrt{5} = \frac{p}{q} \text{ য'ত } p, q, \in \mathbb{Z} \text{ আৰু } q \neq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$$

অৰ্থাৎ  $7\sqrt{5}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা, যিটো অসম্ভৱ ।

$$\therefore 7\sqrt{5} \text{ অপৰিমেয় সংখ্যা [ প্রমাণিত ] ।}$$

সমাধান : (iii)  $6 + \sqrt{2}$

বিকল্পভাৱে ধৰা হ'ল, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো পৰিমেয় ।

$$\therefore 6 + \sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ য'ত } p, q, \in \mathbb{Z} \text{ আৰু } q \neq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6 = \frac{p-6q}{q}$$

অৰ্থাৎ  $\sqrt{2}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা, যিটো অসম্ভৱ।

$\therefore 6 + \sqrt{2}$  অপৰিমেয় সংখ্যা [ প্রমাণিত ]।

অনুশীলনী - 1.4

প্ৰশ্ন 1. দীৰ্ঘ হৰণ নকৰাকৈ তলত উল্লেখ কৰা পৰিমেয় সংখ্যাবোৰৰ কোনবোৰৰ দশমিক বিস্তৃতি পৰিসমাপ্তি (সাবধি) নাইবা কোনবোৰৰ নিৰবধি পৌনঃপুনিক দশমিক বিস্তৃতি থাকিব বৰ্ণনা কৰা :

(i)  $\frac{13}{3125}$

(ii)  $\frac{17}{8}$

(iii)  $\frac{64}{455}$

(iv)  $\frac{15}{1600}$

(v)  $\frac{29}{343}$

(vi)  $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2}$

(vii)  $\frac{129}{2^2 \cdot 5^5 \cdot 7^5}$

(viii)  $\frac{6}{15}$

(ix)  $\frac{35}{50}$

(x)  $\frac{77}{210}$

সমাধান : (i)  $\frac{13}{3125}$

ধৰা হ'ল,  $x = \frac{12}{3125}$  ক  $\frac{p}{q}$  ৰ লগত তুলনা কৰি পাওঁ

ইয়াত,  $p = 13$  আৰু  $q = 3125$

$\therefore 3125$  -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$$= 5^2 \times 2^0 \text{ ই } 2^n \times 5^m$$

আকাৰত আছে, য'ত  $n = 0$  আৰু  $m = 5$ । যিটো এটা অ-ঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{13}{3125}$  ই এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (ii)  $\frac{17}{8}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{17}{8} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$  লগত তুলনা কৰি পাওঁ

ইয়াত,  $p = 17$  আৰু  $q = 8$

$\therefore 8$  -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 2^3 \times 5^0$ ,

$$\text{ই } 2^n \times 5^m$$

আকাৰত আছে, য'ত  $n = 3$  আৰু  $m = 0$ । যিটো এটা অ-ঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{17}{8}$ , ই এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (iii)  $\frac{64}{455}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{64}{455} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

ইয়াত,  $p = 64$  আৰু  $q = 455$

$\therefore 455$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 5 \times 7 \times 13$  ই  $2^n \times 5^m$  আকাৰত নাই।

$\therefore \frac{64}{455}$ , ই এটা সীমিত আৰু অপৌনঃপুনিক(পৌণঃপুনিক নহয়)।

অৰ্থাৎ ই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (iv)  $\frac{15}{1600}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{15}{1600} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

ইয়াত,  $p = 15$  আৰু  $q = 1600$

$\therefore 1600$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$   
 $= 2^6 \times 5^2$ , ই  $2^n \times 5^m$

আকাৰত আছে, য'ত  $n = 6, m = 2$  ই এটা অঋণাত্মক সংখ্যা।

$\therefore \frac{15}{1600}$ , এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (v)  $\frac{29}{343}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{29}{343} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

ইয়াত,  $p = 29$  আৰু  $q = 343$

$\therefore 343$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 7 \times 7 \times 7 = 7^3 \times 2^0$ , ই  $2^n \times 5^m$

আকাৰত আছে, য'ত  $n = 0, m = 3$  ই এটা অঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{29}{343}$ , এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (vi)  $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

ইয়াত,  $2^3 \cdot 5^2, 2^n \times 5^m$  আকাৰত আছে, য'ত  $n = 3, m = 2$  আৰু

ই অঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{23}{2^3 \cdot 5^2}$  এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান (vii)  $\frac{129}{2^2 \cdot 5^5 \cdot 7^5}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{129}{2^2 \cdot 5^5 \cdot 7^5} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

ইয়াত,  $2^5 \cdot 5^7 \cdot 7^5, 2^n \times 5^m$  আকাৰত নাই, অৰ্থাৎ  $\frac{129}{2^5 \cdot 5^7 \cdot 7^5}$  আৰু

অপৌনঃপুনিক। অৰ্থাৎ ই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (viii)  $\frac{6}{15}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$

$\therefore 5$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 5 = 2^0 \times 5^1$ , ই  $2^n \times 5^m$  আকাৰত আছে,

য'ত  $n = 0, m = 1$  ই এটা অঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{6}{15}$ , এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (ix)  $\frac{35}{50}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$ । ইয়াত  $p = 7, q = 10$

$\therefore 10$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 10 = 2 \times 5 = 2^1 \times 5^1$ , ই  $2^n \times 5^m$  আকাৰত

আছে, য'ত  $n = 1, m = 1$  আৰু সিহঁত অঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা।

$\therefore \frac{35}{50}$ , এটা সীমিত দশমিক। অৰ্থাৎ ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (x)  $\frac{77}{210}$

ধৰা হ'ল,  $\frac{77}{210} = \frac{11}{30} = \frac{p}{q}$  য'ত  $p, q \in \mathbb{Z}$  আৰু  $q \neq 0$ ।

ইয়াত,  $p = 11, q = 30$

$\therefore 30$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= 30 = 2 \times 3 \times 5$ , ই  $2^n \times 5^m$  আকাৰত নাই।

$\therefore \frac{77}{210}$ , এটা সীমিত দশমিক । অর্থাৎ ই এটা অপৰিমেষ সংখ্যা ।

প্রশ্ন 2. ওপৰৰ প্রশ্ন -1 অত যিবোৰ পৰিমেষ সংখ্যাৰ পৰিসমাপ্ত দশমিক বিস্তৃতি আছে সেইবোৰৰ দশমিক বিস্তৃতিবোৰ লিখি দেখুওৱা ।

পৰিসমাপ্ত দশমিক বিস্তৃতি সম্পন্ন পৰিমেষ সংখ্যাবোৰৰ বিস্তৃতি দেখুওৱা হ'ল ।

সমাধান : (i) ধৰা হ'ল,  $\frac{13}{3125} = \frac{p}{q}$ ,  $p, q \in \mathbb{Z}$ ,  $q \neq 0$  ।

ইয়াত,  $p = 13, q = 3125$

$$\begin{aligned} \therefore 3125 \text{-ৰ মৌলিক উৎপাদক} &= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \\ &= 5^5 \times 2^0 \text{ ই } 2^n \times 5^m \end{aligned}$$

আকাৰত আছে, য'ত  $n = 0$  আৰু  $m = 5$ , সিহঁত অঋণাত্মক পূৰ্ণসংখ্যা ।

$\therefore \frac{13}{3125}$ , এটা সীমিত দশমিক । অর্থাৎ ই এটা পৰিমেষ সংখ্যা ।

দশমিক ভগ্নাংশত পৰিবৰ্তন :

$$\begin{aligned} \frac{13}{3125} &= \frac{13}{5^5 \times 2^0} = \frac{13 \times 2^5}{5^5 \times 2^5} = \frac{416}{(5 \times 2)^5} \\ &= \frac{416}{10^5} = \frac{416}{100000} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{13}{3125} = 0.00416 \text{ (Ans.)}$$

সমাধান : (ii)  $\frac{17}{8} = \frac{17}{2^3 \times 5^0}$

$$\begin{aligned} &= \frac{17 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{17 \times 5^3}{(2 \times 5)^3} = \frac{2185}{10^3} \\ &= \frac{2185}{1000} = 2.185 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{17}{8} = 2.185 \text{ Ans.}$$

সমাধান : (iv)  $\frac{15}{1600} = \frac{15 \times 5^4}{2^6 \times 5^2 \times 5^4}$

$$\begin{aligned} &= \frac{15 \times 625}{26 \times 56} \\ &= \frac{9375}{(2 \times 5)^6} = \frac{9375}{10^6} = \frac{9375}{1000000} = 0.009375 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

সমাধান : (v)  $\frac{23}{2^3 \cdot 5^2} = \frac{2^3 \times 5}{2^3 \times 5^2 \times 5}$

$$= \frac{115}{2^3 \times 5^3} = \frac{115}{(2 \times 5)^3} = \frac{115}{10^3} = \frac{115}{1000} = 0.115 \text{ Ans.}$$

সমাধান : (vi)  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = 0.4 \text{ Ans.}$

সমাধান : (vii)  $\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = \frac{7}{2^1 \times 5^1} = \frac{7}{(2 \times 5)^1} = \frac{7}{10} = 0.7 \text{ Ans.}$

প্রশ্ন 3. তলৰ বাস্হৰ সংখ্যাবোৰৰ ইয়াত দেখুওৱা ধৰণে দশমিক বিস্হৃতি আছে । প্রতিটোৰ ক্ষেত্ৰত ই এটা পৰিমেয় হয় নে নহয় সিদ্ধান্ত কৰা । যদি ই পৰিমেয় আৰু ই  $\frac{p}{q}$  আৰ্হিৰ, তেন্হে ইয়াৰ  $q$  ৰ মৌলিক উৎপাদনকীকৰণ বিষয়ে কি ক'ব পাৰিবা ?

(i) 43.123456789                      (ii) 0.120120012000120000 ... ..

(iii) 43.123456789

সমাধান : (i) 43.123456789, ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা ।

$\therefore 43.123456789$

$= \frac{4312346789}{1.000000000} = \frac{43123456789}{10^9}$ , ই আকাৰত আছে ।

ইয়াত,  $p = 43123456789, q = 10^9$

এতিয়া, -ৰ মৌলিক উৎপাদক  $= (2 \times 5)^9 = 2^9 \times 5^9 \text{ Ans.}$

সমাধান : (ii) 0.120120012000120000 ... ..

ই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা ।

সমাধান : (iii) 43.123456789, ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা, কাৰণ ই এটা পৌণঃপুনিক দশমিক ।

ধৰা হ'ল  $x = 43.123456789 \dots \dots \dots (1)$

উভয় পক্ষক  $10^9$  -ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ-

$10^9 \cdot x = 43123456789.123456789 \dots \dots \dots (2)$

$\therefore (2) - (1)$  কৰি আমি পাওঁ -

$1000000000 x = 43123456789.123456789 \dots \dots \dots$

$x = 43.123456789 \dots \dots \dots$

$999999999 x = 43123456789.0$

$999999999 x = 43123456789$

$\Rightarrow x = \frac{43123456789}{999999999}$ , ই এটা পৰিমেয় সংখ্যা আৰু  $\frac{p}{q}$  আকাৰ আছে ।

$\Rightarrow x = \frac{4791495194}{1111111111}$



ইয়াত,  $p = 4791495194$

$$q = 111\ 111\ 111$$

$$\Rightarrow x = \frac{4791495194}{3^2(12345679)}$$

$\therefore 9$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক হ'ল  $: 3^2(12345679)$

পাঠভিত্তিক অতিৰিক্ত প্ৰশ্নোত্তৰ

প্ৰশ্ন 1. শূন্যটো পৰিমেয় সংখ্যা হয়নে ? ইয়াক  $\frac{p}{q}$  আৰ্হিত { ইয়াত  $p, q$  অখণ্ড সংখ্যা আৰু ( $q \neq 0$ ) } প্ৰকাশ কৰিব পাৰিনে ?

সমাধান : 0 (শূন্য)টো এটা পৰিমেয় সংখ্যা । কাৰণ ইয়াক  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি । যেনে, 0-ক  $\frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}$  আদিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি । ইয়াত,  $q$ -ৰ মান যিকোনো সংখ্যা হ'ব পাৰে ।

প্ৰশ্ন 2. 3 আৰু 4 মাজত থকা ছটা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা ।

সমাধান :  $\therefore$  3 আৰু 4-ৰ মধ্যবৰ্তী ছয়টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱাৰ লাগে ।

গতিকে 3 আৰু 4 ক  $6 + 1 = 7$  হৰ বিশিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যাত লিখিব লাগিব ।

$$\text{অৰ্থাৎ, } 3 = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{21}{7} \text{ আৰু } 4 = \frac{4 \times 7}{1 \times 7} = \frac{28}{7}$$

এতিয়া, 3 আৰু 4-ৰ মধ্যবৰ্তী ছয়টা পৰিমেয় সংখ্যা হ'ল  $\frac{22}{7}, \frac{23}{7}, \frac{24}{7}, \frac{25}{7}, \frac{26}{7}$  আৰু  $\frac{27}{7}$  ।

প্ৰশ্ন 3.  $\frac{3}{5}$  আৰু  $\frac{4}{5}$  ৰ মাজত থকা পাঁচটা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা ।

সমাধান :  $\therefore$   $\frac{3}{5}$  আৰু  $\frac{4}{5}$  -ৰ মধ্যবৰ্তী পাঁচটা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱাৰ লাগে ।

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 6} = \frac{18}{30} \text{ আৰু } \frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$$

$\therefore$   $\frac{3}{5}$  আৰু  $\frac{4}{5}$  -ৰ মধ্যবৰ্তী পাঁচটা পৰিমেয় হ'ল  $-\frac{19}{30}, \frac{20}{30}, \frac{21}{30}, \frac{22}{30}, \frac{23}{30}$

প্ৰশ্ন 4. তলৰ উক্তি সমূহ সঁচানে মিছা লিখা । উত্তৰ সমূহৰ সমৰ্থনত যুক্তি উল্লেখ কৰিবা ।

(i) প্ৰতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যাই এটা পূৰ্ণ সংখ্যা ।

(ii) প্ৰতিটো অখণ্ড সংখ্যাই এটা পূৰ্ণ সংখ্যা ।

(iii) প্ৰতিটো পৰিমেয় সংখ্যাই এটা পূৰ্ণ সংখ্যা ।

সমাধান :

(i) সত্য । কাৰণ স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ অখণ্ড সংখ্যাৰ অঙ্গহৰ্গত, কিন্তু সকলো অখণ্ড সংখ্যাবোৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা নহয় ।

অখণ্ড সংখ্যা

স্বাভাবিক সংখ্যা

$$N = 1, 2, 3, \dots$$

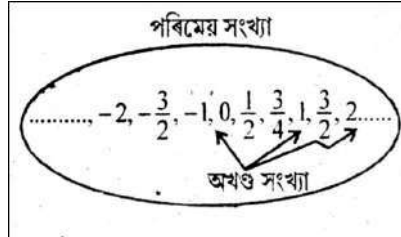
(ii) সত্য নহয়। কাৰণ ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰ :-  $-1, -2, -3 \dots \dots$  অখণ্ড সংখ্যা নহয়।

পূৰ্ণ সংখ্যা

অখণ্ড সংখ্যা

$$\dots \dots \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \dots$$

(iii) সত্য নহয়। কাৰণ অখণ্ড সংখ্যাবোৰ পৰিমেয় সংখ্যাৰ অসংগত। গতিকে প্ৰতিটো পৰিমেয় সংখ্যা অখণ্ড সংখ্যা নহয়। যেনে,  $\frac{3}{5}$  এটা পৰিমেয় সংখ্যা, কিন্তু অখণ্ড সংখ্যা নহয়।



প্ৰশ্ন 5. তলৰ উক্তি বিলাক সত্য নে অসত্য উল্লেখ কৰা। তোমাৰ উত্তৰৰ যথার্থতা প্ৰতিপন্ন কৰা।

(i) প্ৰতিটো অপৰিমেয় সংখ্যাই এটা বাস্হৰ সংখ্যা।

(ii) সংখ্যাৰেখাৰ প্ৰতিটো বিন্দুৰেই  $\sqrt{m}$  আৰ্হিব, য'ত  $m$  এটা স্বাভাবিক সংখ্যা।

(iii) প্ৰতিটো বাস্হৰ সংখ্যাই অপৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : (i) সত্য। কাৰণ পৰিমেয় আৰু অপৰিমেয় সংখ্যাবোৰক একেলগে বাস্হৰ সংখ্যা বোলে। গতিকে প্ৰতিটো অপৰিমেয় সংখ্যাই বাস্হৰ সংখ্যা।

(ii) সত্য নহয়। কাৰণ  $\dots \dots -6, -5, -4, -3, -2, -1$  আদি সংখ্যাৰেখাত অৱস্থিত বাস্হৰ সংখ্যা, কিন্তু স্বাভাবিক সংখ্যাৰ বৰ্গমূল নহয়।

(iii) সত্য নহয়। কাৰণ, পৰিমেয় আৰু অপৰিমেয় সংখ্যাবোৰ লগলাগি বাস্হৰ সংখ্যা পোৱা যায়। গতিকে প্ৰতিটো বাস্হৰ সংখ্যাই অপৰিমেয় সংখ্যা নহয়।

প্ৰশ্ন 6. সকলো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গমূল অপৰিমেয় নে? যদি নহয়, তেনেহ'লে এটা সংখ্যাৰ উদাহৰণ দিয়া যাৰ বৰ্গমূল এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

সমাধান : সকলো ধনাত্মক পূৰ্ণ সংখ্যাৰ বৰ্গমূল অপৰিমেয় সংখ্যা নহয়।

যেনে, 1, 4, 9, 16, 25, 36..... ইত্যাদি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বৰ্গমূল হ'ব পৰিমেয় সংখ্যা।

$$\sqrt{1} = 1, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

$$\sqrt{4} = 2, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

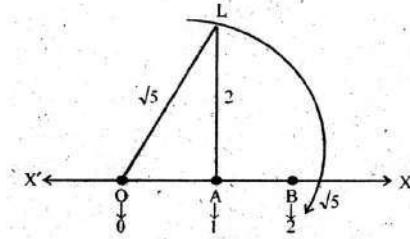
$$\sqrt{16} = 4, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

$$\sqrt{25} = 5, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{পৰিমেয় সংখ্যা।}$$

প্ৰশ্ন 7. সংখ্যাবোৰোৰ কিদৰে  $\sqrt{5}$  ক সূচিত কৰিব পাৰি দেখুওৱা।

সমাধান :



$X'OX$  সৰলৰেখাডালত  $A$  এটা বিন্দু লোৱা হ'ল যাতে  $AO = 1$  একক।  $\rightarrow$  বিন্দুৰ  $A$  বিন্দুত  $\overline{AL}$  লম্ব টনা হ'ল যাতে  $AL = 2OA = 2$  একক। এতিয়া সমকোণী ত্ৰিভুজ  $OAL$ -ৰ পৰা  $OL = \sqrt{5}$  পোৱা যাব।  $OL = \sqrt{5}$  ব্যাসার্ধ লৈ  $O$ -ক কেন্দ্ৰ ধৰি অঁকা বৃত্তচাপে  $\rightarrow$  -ক বিন্দুত কাটিলে  $OL = OP = \sqrt{5}$  হ'ব।

$\therefore X'OX$  ৰেখাডালৰ  $P$  বিন্দুটোৱে  $\sqrt{5}$  অপৰিমেয় সংখ্যাটোক নিৰ্দেশ কৰিছে।

প্ৰশ্ন 8. তলত দিয়া সংখ্যা বিলাকক দশমিক বিস্ফুৰিত প্ৰকাশ কৰা আৰু প্ৰতিটোৰে দশমিক বিস্ফুৰিত কি ধৰণৰ উল্লেখ কৰা -

$$(i) \frac{36}{100}$$

$$(ii) \frac{1}{11}$$

$$(iii) 4\frac{1}{8}$$

$$(iv) \frac{3}{13}$$

$$(v) \frac{2}{11}$$

$$(vi) \frac{329}{400}$$

সমাধান : (i)  $\frac{36}{100} = 0.36 \rightarrow$  সীমাবদ্ধ দশমিক ।

$$\begin{array}{r} \text{সমাধান : (ii) } \frac{1}{11} = \frac{1}{11} \quad \begin{array}{l} 0.09090909 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 100 \\ 99 \\ \hline 1 \end{array} \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = 1, 1, 1, 1, ... ..

ভাজক = 11

$\therefore \frac{1}{11} = 0.09090909 \dots \dots = 0.09 \rightarrow$  সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

সমাধান : (iii)  $4\frac{1}{8} = \frac{33}{8}$

$$\begin{array}{r} 4.125 \\ \hline 8 \quad 33000 \\ 32 \\ \hline 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore$  ভাগশেষ = 4, 1, 9, 1, 2, 3, 4, 1, 9, 12, 3 ... ..

ভাজক = 8

$\therefore 4\frac{1}{8} = \frac{33}{8} = 4.125$

সমাধান : (iv)  $\frac{3}{13}$

	<b>0.230769230769</b>
<b>13</b>	<b>30</b>
	<b>26</b>
	<b>40</b>
	<b>39</b>
	<b>100</b>
	<b>91</b>
	<b>90</b>
	<b>78</b>
	<b>120</b>
	<b>117</b>
	<b>30</b>
	<b>26</b>
	<b>40</b>
	<b>39</b>
	<b>100</b>
	<b>91</b>
	<b>90</b>
	<b>78</b>
	<b>120</b>
	<b>117</b>
	<b>3</b>

∴ ভাগশেষ = 4, 1, 9, 1, 2, 3, 4, 1, 9, 12, 3 ... ..

ভাজক = 13

$$\frac{3}{13} = 0.230769230769$$

=  $\overline{0.230769}$  → সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

সমাধান : (v)  $\frac{2}{11}$

	<b>0.1818</b>
<b>11</b>	<b>20</b>
	<b>11</b>
	<b>90</b>
	<b>88</b>
	<b>20</b>
	<b>11</b>
	<b>90</b>
	<b>88</b>
	<b>2</b>

∴ ভাগশেষ = 9, 2, 9, 2 ... ..

ভাজক = 0.1818 ... ..

∴  $\frac{2}{11} = 0.\overline{1818} \dots\dots = 0.\overline{18} \rightarrow$

= 0.18 → সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

সমাধান : (vi)  $\frac{329}{400}$

$$= \frac{329}{100 \times 4} = \frac{82.25}{100}$$

= 0.8225 → সীমাবদ্ধ দশমিক

	<b>82.25</b>
<b>4</b>	<b>329</b>
	<b>32</b>
	<b>9</b>
	<b>8</b>
	<b>10</b>
	<b>8</b>
	<b>20</b>
	<b>20</b>
	<b>0</b>

প্রশ্ন 9. তোমালোকে জানা যে,  $\frac{1}{7} = 0.142857$ । দীঘলীয়া হৰণ নকৰাকৈ  $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$  ৰ দশমিক বিস্তৃতি কি হ'ব ধাৰণা কৰিব পাৰিবানে ? যদি পাৰিবা, কেনেকৈ ?

(ইংগীত :  $\frac{1}{7}$ -ৰ মান উলিয়াওঁতে পোৱা ভাগশেষবোৰ লক্ষ্য কৰা )

সমাধান : হয়, ওপৰৰ ভগ্নাংশবোৰ দশমিকত প্ৰকাশ কৰিলে পৌনঃপুনিক দশমিকত আহে। যেনে,  $\frac{1}{7}$

	0.1428571
7	10
	7
	30
	28
	20
	14
	60
	56
	40
	35
	50
	49
	10
	7
	30

এতিয়া,  $\frac{2}{7}$  ক দশমিকত প্ৰকাশ কৰিলে,  $\frac{2}{7} = 0.285714$  পোৱা যাব। বাকী ভগ্নাংশবোৰ হৰণ কৰিলে পৌনঃপুনিক দশমিক পোৱা যাব।

প্রশ্ন 10. তলত দিয়া বিলাক  $\frac{p}{q}$  আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰা য'ত  $p$  আৰু  $q$  অখণ্ড সংখ্যা আৰু  $q \neq 0$

$$(i) \overline{0.6} \quad (ii) \overline{0.47} \quad (iii) \overline{0.001}$$

সমাধান : (i)  $\overline{0.6}$       (ii)  $\overline{0.47}$       (iii)  $\overline{0.001}$

$$= \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad = \frac{47-4}{90} = \frac{43}{90} \quad = \frac{1}{999}$$

প্রশ্ন 11.  $0.99999\dots$  ক  $\frac{p}{q}$  আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰা। তোমাৰ উত্তৰ দেখি আচৰিত হৈছা নেকি ? তোমাৰ শিক্ষক আৰু সহপাঠী

সকলৰ লগত এই উত্তৰ কিয় অৰ্থবহ আলোচনা কৰা।

সমাধান :  $0.99999\dots = 0.9 = \frac{9}{9} = 1$

প্রশ্ন 12. যদি  $p$  আৰু  $q$  অখণ্ড সংখ্যা যাৰ 1 ৰ বাহিৰে অন্য সাধাৰণ উৎপাদক নাই তেনেহ'লে  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) আৰ্হিত থকা বিভিন্ন পৰিমেয়

সংখ্যা লোৱা যিবোলাকৰ দশমিক বিস্তৃতি পৰিসমাপ্ত আৰু পৰ্য্যবেক্ষণ কৰা।  $q$ -য়ে কি ধৰ্ম সিদ্ধ কৰিব অনুমান কৰিব পাৰিবানে?

সমাধান :  $\frac{p}{q}$  ( $q \neq 0$ ) পৰিমেয় সংখ্যাটো সীমাবদ্ধ দশমিকত প্ৰকাশ কৰিবলৈ  $q$ -ৰ মৌলিক উৎপাদক 2 বা 5-ৰ ঘাতত থাকিব লাগিব।

যেনে, (i)  $\frac{7}{16}$  এটা সীমাবদ্ধ দশমিক কাৰণ  $16 = 2^4$

(ii)  $\frac{11}{25}$  এটা সীমাবদ্ধ দশমিক কাৰণ  $25 = 5^2$ ।

প্রশ্ন 13.  $\frac{1}{17}$  ৰ দশমিক বিস্তৃতিৰ পুনৰাবৰ্তিত গোটটোত আটাইতকৈ বেছি কিমানটা অংক থাকিব? হৰণ পদ্ধতি অৱলম্বন কৰি উত্তৰৰ সত্যতা পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান :

	0.058823529411747	160
		153
17	100 $\rightarrow$ A	
	85	70
	150	68
	136	20
	140	17
	136	30
	40	17
	34	130
	60	119
	51	110
	90	102
	85	80
	50	68
	34	120
		119
		1 $\rightarrow$ B

B-স্থৰৰ ভাগশেষ আৰু A-স্থৰৰ ভাগশেষ একেই।

$$\frac{1}{17} = 0.0588235294117647 \dots \dots \dots$$



∴ ই এটা সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

প্রশ্ন 14. তিনিটা সংখ্যা লিখা যাব দশমিক বিস্তৃতি অবিরত আৰু অপুনৰাবৰ্তিত ।

সমাধান : আমি জানো যে, অপৰিমেষ সংখ্যা দশমিক বিস্তৃতি সৰ্বদা সীমাহীন আবৃত দশমিক আৰু

অ-পৌনঃপুনিক দশমিক ।

$$\therefore \sqrt{3} = 1.73205080756 \dots \dots \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = 0.44721359549 \dots \dots \dots$$

$$\sqrt{10} = 3.16227766016 \text{ ইত্যাদি ।}$$

প্রশ্ন 15.  $\frac{5}{7}$  আৰু  $\frac{9}{11}$ -ৰ মাজত থকা তিনিটা ভিন্ন অপৰিমেষ সংখ্যা উলিওৱা ।

সমাধান :  $\frac{5}{7}$ -ক দশমিকত প্ৰকাশ কৰি আমি পাওঁ -

	0.714285
7	50 → A
	49
	10
	7
	30
	28
	20
	14
	60
	56
	40
	35
	5 → B

∴ A আৰু B স্থৰত থকা ভাগশেষ একেই ।

$$\therefore \frac{5}{7} = \overline{0.714285}$$

আকৌ,  $\frac{9}{11}$  ক দশমিকত প্ৰকাশ কৰি পাওঁ-

	0.81
11	90 → C
	88
	20
	11
	90 → D

∴ C আৰু D স্হৰত থকা ভাগশেষ একেই ।

∴  $\frac{5}{7}$  আৰু  $\frac{9}{11}$ -ৰ মধ্যবৰ্তী তিনিটা অপৰিমেয় সংখ্যা হ'ল -

**0.75075007500075000075 .....**,

**0.767076700767000 ... ..** আৰু

**0.80800800080000 ... ..** ।

প্ৰশ্ন 16. তলৰ সংখ্যা কেইটাক পৰিমেয় আৰু অপৰিমেয় হিচাপে শ্ৰেণী বিভক্ত কৰা ।

(i)  $\sqrt{23}$

(ii)  $\sqrt{225}$

(iii) 0.3796

(iv) 7.478478 .....

(v) 1.101001000100001, ... ..

সমাধান :

(i)  $\sqrt{23}$  এটা অপৰিমেয় সংখ্যা । কাৰণ 23 এটা মৌলিক সংখ্যা আৰু ই পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা নহয় ।

সমাধান :

(ii)  $\sqrt{225} = \sqrt{15 \times 15} = 15$

∴ 255 এটা পৰিমেয় সংখ্যা ।

সমাধান : (iii) 0.3796 এটা পৰিমেয় সংখ্যা । কাৰণ ই এটা সীমাবদ্ধ দশমিক ।

সমাধান : (iv) 7.478478 .... ই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা । কাৰণ ই এটা সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

সমাধান : (v) 1.101001000100001, ... .. ই এটা অপৰিমেয় সংখ্যা । কাৰণ ই এটা সীমাহীন আবৃত পৌনঃপুনিক দশমিক ।

প্ৰশ্ন 17. প্ৰমাণ কৰা যে  $\sqrt{3}$  এটা অপৰিমেয় সংখ্যা ।

সমাধান : আমি জানো,  $1^2 = 1 < 3 < 4 = 2^2$

$\Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$  (ধনাত্মক বৰাগমূল কৰি )

$$\therefore (1.7)^2 = 2.89 < 3 < 3.24 = (1.8)^2$$

$$\therefore 1.7 = < 3 < 1.8 \text{ (খনায়ক ববাগমূল কবি)}$$

$$\text{আকৌ, } (1.73)^2 = 2.9929 < 3 < 3.0276 = (1.74)^2$$

$$\therefore 1.73 = < 3 < 1.74$$

$$\therefore \sqrt{3} - \text{ব মান হ'ব } 1.73 \dots \dots \dots, 1.7320508 \dots \dots \dots$$

ই অসীম কিন্তু আবর্তক (পৌনঃপুনিক) দশমিক নহয় ।

$$\therefore \sqrt{3} \text{ এটা অপবিমেয় সংখ্যা ।}$$

প্রশ্ন 18. দেখুওবা যে নিম্নোক্ত সংখ্যাবোৰ অপবিমেয় :

$$(a) 5 - \sqrt{3}$$

$$(b) \frac{7}{\sqrt{3}} + 1$$

$$(c) \sqrt{2} + \frac{11}{7}$$

সমাধান : (a)  $(5 - \sqrt{3})^2$  (বর্গ কবি)

$$= 25 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= 25 - 10\sqrt{3} + 3$$

$$= 28 - 10\sqrt{3}$$

$\therefore$  প্রদত্ত বাশিটোক বর্গ কবি দেখা গ'ল যে প্রাপ্ত বাশিটোত  $\sqrt{3}$  অপবিমেয় সংখ্যা থাকি যায় ।

$$\therefore 5 - \sqrt{3} \text{ অপবিমেয় সংখ্যা ।}$$

সমাধান : (b)  $\frac{7}{\sqrt{3}} + 1$

$$\left(\frac{7}{\sqrt{3}} + 1\right)^2 = \frac{49}{3} + 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{3}} \cdot 1 + 1$$

$$= \frac{49}{3} + 1 + \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{52}{3} + \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$\therefore$  প্রাপ্ত বাশিটোত  $\sqrt{3}$  থকাত, প্রদত্ত বাশিটো এটা অপবিমেয় সংখ্যা ।

সমাধান : (c)  $\sqrt{2} + \frac{11}{7}$

$$\left(\sqrt{2} + \frac{11}{7}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{11}{7}\right)^2$$

$$= 4 + \frac{22\sqrt{2}}{7} + \frac{121}{49}$$

∴ প্রদত্ত বাশিটোত  $\sqrt{2}$  থকাত, প্রদত্ত বাশিটো এটা অপৰিমেষ সংখ্যা হ'ব।

প্রশ্ন 19. পৰিমেষ আৰু অপৰিমেষ সংখ্যাবোৰ বেলেগ বেলেগ বাছি উলিওৱা -

$$(a) - \frac{1237594}{257298}$$

$$(b) 0.21434334333433334 \dots$$

$$(c) 1275.37214132545454 \dots$$

$$(d) -5.1412112111211112 \dots$$

$$(e) \frac{22}{7}$$

$$(f) \left(1 + \frac{1^3}{3}\right)$$

$$(g) 1 + \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{5}$$

সমাধান : পৰিমেষ সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে ...

$$(a), \quad (c), \quad (e), \quad \text{আৰু} \quad (f)$$

অপৰিমেষ সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে ...

$$(b), \quad (d), \quad \text{আৰু} \quad (g)$$

প্রশ্ন 20. উদাহৰণৰ সহায়ত দেখুওৱা যে দুটা অপৰিমেষ সংখ্যাৰ (i) যোগফল (ii) গুণফল অপৰিমেষ নহ'ব পাৰে।

সমাধান : (i) ধৰা হ'ল দুটা অপৰিমেষ সংখ্যা  $\sqrt{2}$  আৰু  $2 - \sqrt{2}$

$$\therefore \text{যোগফল } \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 2 \text{ এটা অপৰিমেষ সংখ্যা নহয়।}$$

$$(ii) \text{ ধৰা হ'ল দুটা অপৰিমেষ সংখ্যা } 2 + \sqrt{2} \text{ আৰু } 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{গুণফল} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore \text{এটা পৰিমেষ সংখ্যা।}$$

প্রশ্ন 21. উৰ্দ্ধক্রমত সজোৱা :

$$(a) \sqrt{2}, 1.14, 1.2, 2, 1.1$$

$$(b) \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{2}-\sqrt{3}, \sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$(c) \quad 1.12121212 \dots$$

$$1.112211221122 \dots$$

$$1.111222111222111222 \dots$$

$$1.111111 \dots$$

$$1.222222 \dots$$

সমাধান :

(a) উর্ধ্বক্রমটো হ'ল : 1. 1 1. 4, 1. 2,  $\sqrt{2}$ . 2.

(b) উর্ধ্বক্রম হ'ল :  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(c) উর্ধ্বক্রম হ'ব : 1.1111.....,

1.111222111222111222.....,

1.11221122,

1.121212