

প্ৰশ্ন 1. এদল ছাত্ৰই তেওঁলোকৰ পৰিবেশ সজাগতা কাৰ্যসূচীৰ অংশহিচাপে এটা অঞ্চলৰ 20 টা ঘৰত থকা উদ্ভিদৰ তথ্য ভিত্তিক অধ্যয়ন তলত দেখুওৱা তথ্য সমূহ সংগ্ৰীহত কৰিলে। প্ৰতিটো ঘৰত উদ্ভিদৰ মাধ্য উলিওৱা।

উদ্ভিদৰ সংখ্যা	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
ঘৰৰ সংখ্যা	1	2	1	5	6	2	3

তোমালোকে মাধ্য উলিয়াবলৈ কোনটো পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰিবা আৰু কিয় ?

সমাধান : যিহেতু উদ্ভিদ আৰু ঘৰৰ সংখ্যা মূল্যৰ ফালৰ পৰা অতি কম। সেইকাৰণে ইয়াত আমি প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰিম।

শ্ৰেণী অন্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$f_i x_i$
0 – 2	1	1	1
2 – 4	2	3	6
4 – 6	1	5	5
6 – 8	5	7	35
8 – 10	6	9	54
10 – 12	2	11	22
12 – 14	3	13	39
মুঠ	$\sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 162$

$$\begin{aligned} \text{মাধ্য } x &= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{162}{20} = 8.1 \end{aligned}$$

∴ নিৰ্ণেয় উদ্ভিদ মাধ্য = 8.1 উত্তৰ।

প্ৰশ্ন 2. এটা ফেব্ৰুৱাৰীৰ 50 জন শ্ৰমিকৰ (কৰ্মীৰ) দৈনিক পাৰিশ্ৰমিক হ'ল তলৰ বাণ্টন

দৈনিক পাৰিশ্ৰমিক টকা	100 – 120	120 – 140	140 – 160	160 – 180	180 – 200
কৰ্মীৰ সংখ্যা	12	12	8	6	10

উপযুক্ত পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি ফেব্ৰুৱাৰীটোৰ শ্ৰমিকৰ মাধ্যম দৈনিক পাৰিশ্ৰমিক নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

শ্ৰেণী অসংখ্য	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$U_i = \frac{x_i}{h}$ বা $u_i = \frac{x_i - 150}{20}$	$f_i u_i$
100 – 120	12	110	-2	-24
120 – 140	14	130	-1	-14
140 – 160	8	150	0	0
160 – 180	6	170	1	6
180 – 200	10	190	2	20
মুঠ	$\sum f_i = 50$			$\sum f_i u_i = -12$

$$\text{গৃহীত মাধ্যম} = (a) = 150$$

$$\text{আৰু শ্ৰেণী অসংখ্যালবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য} (h) = 20$$

$$u = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{-12}{50} = -0.24$$

$$\therefore \text{মাধ্যম} (\bar{x}) = a + h \bar{u}$$

$$= 150 + (20)(-0.24)$$

$$= 150 - 4.8 = 145.20$$

$$\therefore \text{শ্ৰমিকৰ প্ৰতিদিনৰ গড় মজুৰী} = 145.20 \text{ টকা। (উত্তৰ)}$$

প্ৰশ্ন 3. এটা অঞ্চলৰ শিশুসকলৰ দৈনিক (পেকেট) খৰচ তলৰ বিভাজন তালিকাত দেখুৱা হ'ল। মাধ্যম হাতখৰচ হ'ল 18 টকা। হেৰোৱা

বাৰংবাৰতা f নিৰ্ণয় কৰা।

দৈমিক হাত খরচ (টকাত)	11 – 13	13 – 15	15 – 17	17 – 19	19 – 21	21 – 23	23 – 25
শিশুর সংখ্যা	7	6	9	13	f	5	4

সমাধান :

শ্রেণী অন্তর্ভাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$d_i = x_i - a$ বা, $d_i = x_i - 18$	$f_i d_i$
11 – 13	7	12	-6	-42
13 – 15	6	14	-4	-24
15 – 17	9	16	-2	-18
17 – 19	13	18	0	0
19 – 21	f	20	2	$2f$
21 – 23	5	22	4	20
23 – 25	4	24	6	24
মুঠ	$\sum f_i = 44 + f$			$\sum f_i d_i = 2f - 40$

$$\text{গৃহীত মাধ্য} = (a) = 18$$

$$\therefore \text{মাধ্য} (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 18 + \frac{2f-40}{44+f}$$

$$\text{কিন্তু মাধ্য} (\bar{x}) = 18$$

$$\therefore 18 = 18 + \frac{2f-40}{44+f}$$

$$\Rightarrow \frac{2f-40}{44+f} = 0$$

$$\Rightarrow 2f - 40 = 0$$

$$\Rightarrow 2f = 40$$

$$\Rightarrow f = \frac{40}{2} = 20$$

$$\therefore f = 20 \text{ (উত্তৰ)}$$

প্রশ্ন 5. খুচুৰা বজাৰত ফ্ৰুডইক্ৰেতাৰ আমবোৰ বাকছত ভৰাই বিক্ৰী কৰে। এই বাকছসমূহত ভিন্ন পৰিমাণৰ আম আছে। বাকছৰ সংখ্যা ক্ৰমে আমৰ পৰিমাণ তলত বিস্তৃত কৰি দিয়া হ'ল।

আমৰ সংখ্যা	50 – 52	53 – 55	56 – 58	59 – 61	62 – 64
বাকছৰ সংখ্যা	15	110	135	115	25

এটা বন্ধ বাকছত থকা আমৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা। মাধ্য উলিয়াবলৈ তুমি কি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰিবা ?

সমাধান : যিহেতু আম আৰু বাকছৰ সংখ্যা বেশী হোৱাৰ কাৰণে, ইয়াত মাধ্য নিৰ্ণয়ৰ বাবে ক্ৰম-বিচলন পদ্ধতি (Deviation method) প্ৰয়োগ কৰা হ'ব।

শ্ৰেণী অন্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 57}{3}$	$f_i u_i$
50 – 52	15	51	-2	-30
53 – 55	110	54	-1	-110
56 – 58	135	57	0	0
59 – 61	115	60	1	115
62 – 64	25	63	2	50
মুঠ	$\sum f_i = 400$			$\sum f_i u_i = 25$

$$\text{গৃহীত মাধ্য } (a) = 57$$

$$\text{আৰু শ্ৰেণী অন্হৰালৰ দৈৰ্ঘ্য } (h) = 3$$

$$\therefore \bar{U} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{25}{400} = 0.0625$$

$$\therefore \text{মাধ্য } (\bar{x}) = a + h \bar{U} = 57 + 3(0.0625)$$

$$= 57 + 0.1875 = 57.1875 = 57.19 \text{ (প্ৰায়) (উত্তৰ)}$$

প্রশ্ন 6. এটা অঞ্চলৰ 25 ঘৰ মানুহৰ খাদ্যত দৈনিক খৰচ তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হৈছে ।

দৈনিক খৰচ (টকাত)	100 – 150	150 – 200	200 – 250	250 – 300	300 – 350
ঘৰৰ সংখ্যা	4	5	12	2	2

উপযুক্ত নিয়মেৰে খাদ্যত দৈনিক মাধ্য খৰচ কৰা ।

সমাধান :

শ্রেণী অন্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100 – 150	4	125	-2	-8
150 – 200	5	175	-1	-5
200 – 250	12	225	0	0
250 – 300	2	275	1	2
300 – 350	2	325	2	4
মুঠ	$\sum f_i = 25$			$\sum f_i u_i = -7$

$$\text{গৃহীত মাধ্য (a) = 225}$$

$$\text{আৰু শ্রেণী অন্হৰালৰ দৈৰ্ঘ্য (h) = 50}$$

$$\therefore \bar{U} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{-7}{25} = -0.28$$

$$\therefore \text{মাধ্য } (\bar{x}) = a + h \bar{U} = 225 + 50(-0.28) = 225 - 14 = 211$$

$$\therefore \text{প্রতিদিনে খাদ্যৰ বাবে হোৱা গড় খৰচ} = 211 \text{ টকা (উত্তৰ) ।}$$

প্রশ্ন 7. বায়ুত SO_2 ৰ গাঢ়তা উলিয়াবলৈ (প্রতিমিলিয়ন অংশত, অৰ্থাৎ ppm) এখন চহৰৰ টা অঞ্চলত তথ্য সংগ্ৰহ কৰা হ'ল আৰু তলত

দিয়া ধৰণে উপস্থাপন কৰা হ'ল –

SO_2 ৰ গাঢ়তা (ppm)	বাৰংবাৰতা
0.00 – 0.04	4
0.04 – 0.08	9
0.08 – 0.12	9
0.12 – 0.16	2
0.16 – 0.20	4
0.20 – 0.24	2

বায়ুত SO_2 ৰ মাধ্য গাঢ়তা নিৰ্মাণ কৰা ।

সমাধান :

শ্ৰেণী অস্ৰংখাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 0.10}{0.04}$	$f_i u_i$
0.00 – 0.04	4	0.02	-2	-8
0.04 – 0.08	9	.06	-1	-9
0.08 – 0.12	9	0.10 = a	0	0
0.12 – 0.16	2	0.14	1	2
0.16 – 0.20	4	0.18	2	8
0.20 – 0.24	2	0.20	3	6
মুঠ	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i u_i = -1$

$$\text{গৃহীত মাধ্য (a) = 0.10}$$

$$\text{আৰু শ্ৰেণী অস্ৰংখালৰ দৈৰ্ঘ্য (h) = 0.04}$$

$$\therefore \bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{-1}{30} = -0.33 \text{ (প্ৰায়)}$$

$$\therefore \text{মাধ্য } (\bar{x}) = a + h \bar{u} = 0.10 + 0.04(-0.33)$$

$$= 0.10 - 0.0013$$

$$= 0.0987$$

$$= 0.099 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore বায়ুমণ্ডলত SO_2 -ৰ ঘনীভৱনৰ মাধ্যগঢ়তা = 0.099 ppm (উত্তৰ) ।

অনুশীলনী –14.2

প্ৰশ্ন 1. এবছৰত এখন চিকিৎসালয়ত ভৰ্তি হোৱা ৰোগীৰ বয়স তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হ'ল –

বয়স (বছৰ)	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65
ৰোগীৰ সংখ্যা	6	11	21	23	14	5

ওপৰত দিয়া তথ্যৰ মাধ্য আৰু বহুলক উলিওৱা । দুয়োটা কেন্দ্ৰীয় মাপৰ তুলনা কৰা আৰু তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰা ।

সমাধান :

বহুলক নিৰ্ণয় : তথ্যৰাজিৰ মাজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ বাৰংবাবতা থকা শ্ৰেণী-অস্থ-বালটো হল বহুলক শ্ৰেণী ।

$$\therefore \text{বহুলক শ্ৰেণী} = 35 - 45$$

ইয়াত, $l = 35, f_1 = 23, f_0 = 21; f_2 = 14$ আৰু $h = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বহুলক (Mode)} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\ &= 35 + \left(\frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14} \right) \times 10 \\ &= 35 + \frac{2}{46 - 35} \times 10 \\ &= 35 + \frac{20}{11} = 35 + 1.8 = 36.8 \end{aligned}$$

মাধ্য (Mean) নির্ণয় :

শ্রেণী অস্থাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 30}{10}$	$f_i u_i$
5 – 15	6	10	-2	-12
15 – 25	11	20	-1	-11
25 – 35	21	30	0	0
35 – 45	23	40	1	23
45 – 55	14	50	2	28
55 – 65	5	60	3	15
মুঠ	$\sum f_i = 80$			$\sum f_i u_i = 43$

গৃহীত মাধ্য (a) = 30

আৰু শ্রেণী অস্থালৰ দৈৰ্ঘ্য (h) = 10

$$\therefore \bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{43}{80} = 0.5375 \text{ (প্ৰায়)}$$

\therefore মাধ্য (\bar{x}) = $a + h \bar{u}$

$$= 30 + 10(0.5375) = 30 + 5.375 = 35.375 = 35.38 \text{ (প্ৰায়)}$$

\therefore প্ৰদত্ত তথ্যৰ বহুলক = 36.8 বছৰ আৰু মাধ্য = 35.38 (প্ৰায়) বছৰ । ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা দেখা যায় যে এজন

ৰোগীৰ গড় বয়স = 35.38 (প্ৰায়) বছৰ আৰু অধিক সংখ্যক ৰোগীৰ বয়স = 36.8 বছৰ ।

প্ৰশ্ন 2. তলৰ তথ্যসমূহে 225 টা বৈদ্যুতিক উপাদানৰ পৰ্য্যবেক্ষণৰ দ্বাৰা উপলব্ধ আয়ুস (ঘণ্টাত) নিৰূপণ কৰে ।

আয়ুস (ঘণ্টাত)	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
বাৰংবাৰতা	10	35	52	61	38	29

উপাদানসমূহৰ বহুলক আয়ুস নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান :

শ্রেণী অন্হাল	বাংবাবতা
0 – 20	10
20 – 40	35
40 – 60	52
60 – 80	61
80 – 100	38
100 – 120	29

ইয়াত, বহুলক শ্রেণী : 60 – 80, $l = 60$, $f_1 = 61$; $f_0 = 52$; $f_2 = 38$ আৰু $h = 20$.

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{বহুলক (Mode)} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\
 &= 60 + \left(\frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38} \right) \times 20 \\
 &= 60 + \frac{9}{122 - 52 - 38} \times 20 \\
 &= 60 + \frac{9}{32} \times 20 = 60 + \frac{180}{32} \\
 &= 60 + 5.625 = 65.625
 \end{aligned}$$

\therefore বৈদ্যুতিক উপাদানৰ আয়ুসকাল = 65.625 ফটা ।

প্ৰশ্ন 3. এখন গাঁৱৰ 200 টা পৰিয়ালৰ মাহেকীয়া ঘৰুৱা খৰচ তলৰ তালিকাত সন্নিবিষ্ট কৰা হৈছে । পৰিয়ালকেইটাৰ মাহেকীয়া খৰচ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা । মাহেকীয়া খৰচৰ মাধ্যম নিৰ্ণয় কৰা ।

খৰচ (টকাত)	পৰিয়ালৰ সংখ্যা
1000 – 1500	24
1500 – 2000	40
2000 – 2500	33
2500 – 3000	28
3000 – 3500	30
3500 – 4000	22
4000 – 4500	16
4500 – 5000	7

সমাধান ঃ.

বহুলক (Mode) নির্ণয় ঃ

ইয়াত বহুলক শ্রেণী ঃ 1500 – 2000

$$\therefore l = 1500, f_1 = 40, f_0 = 24; f_2 = 33 \text{ আৰু } h = 500.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বহুলক} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\ &= 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2 \times 40 - 24 - 33} \right) \times 500 \\ &= 1500 + \left(\frac{16}{80 - 57} \right) \times 500 \\ &= 1500 + \frac{16}{23} \times 500 \\ &= 1500 + \frac{8000}{23} \\ &= 1500 + 347.83 = 1847.83 \end{aligned}$$

মাধ্য (Mean) নির্ণয় ঃ

শ্রেণী অস্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 2750}{500}$	$f_i u_i$
1000 – 1500	24	1250	-3	-72
1500 – 2000	40	1750	-2	-80
2000 – 2500	33	2250	-1	-33
2500 – 3000	28	2750	0	0
3000 – 3500	30	3250	1	30
3500 – 4000	22	3750	2	44
4000 – 4500	16	4250	3	48
4500 – 5000	7	4750	4	28
মুঠ	$\sum f_i = 200$			$\sum f_i u_i = -35$

$$\text{গৃহীত মাধ্য (a) = 2750}$$

$$\text{আৰু শ্ৰেণী অল্হবালৰ দৈৰ্ঘ্য (h) = 500}$$

$$\therefore \bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = -\frac{35}{200} = -0.175 \text{ (প্ৰায়)}$$

$$\therefore \text{মাধ্য } (\bar{x}) = a + h \bar{u}$$

$$= 2750 + 500(-0.175)$$

$$= 2750 - 87.50$$

$$= 2662.50$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় বহুলকীয় খৰচ} = 1847.83 \text{ টকা আৰু গড় খৰচ}$$

$$= 2662.50 \text{ টকা । (উত্তৰ)}$$

প্ৰশ্ন 5. বিশ্বৰ কেইজনমান শীৰ্ষ পৰ্য্যায়ৰ ক্ৰিকেটাৰে আল্হবঃবষ্ট্ৰীয় এদিনীয়া খেলত কৰা বানৰ সংখ্যা সন্নিবিষ্ট কৰি দেখুওৱা হ'ল –

বানৰ সংখ্যা	বট্চমেনৰ সংখ্যা
3000 – 4000	4
4000 – 5000	18
5000 – 6000	9
6000 – 7000	7
7000 – 8000	6
8000 – 9000	3
9000 – 10000	1
10000 – 11000	1

তথ্যৰ বহুলক উলিওৱা ।

সমাধান :

ইয়াত, বহুলক শ্ৰেণী : 4000 – 5000, $l = 4000$, $f_1 = 18$, $f_0 = 4$; $f_2 = 9$ আৰু $h = 1000$.

$$\therefore \text{বহুলক} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$\begin{aligned}
&= 4000 + \left(\frac{18-4}{2 \times 18-4-9} \right) \times 1000 \\
&= 4000 + \frac{14}{36-13} \times 1000 = 4000 + \frac{14000}{23} \\
&= 4000 + 608.6956 = 4000 + 608.7 = 4608.7 \text{ (প্রায়)}
\end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় বহুলক = 4608.7 (প্রায়) । (উত্তৰ)

প্রশ্ন 6. এজন ছাত্ৰই 3 মিনিটৰ মুৰে মুৰে এটা বাস্হাৰ কোনো এটা ঠাইৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা গাড়ী সংখ্যা ক্লিখি বাখি কাৰ্যটো 100 বাৰ সমাপন কৰি তলৰ তালিকাত উপস্থাপন কৰিলে তথ্যৰ বহুলক নির্ণয় কৰ :

গাড়ীৰ সংখ্যা	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
বাৰংবাৰতা	7	14	13	12	20	11	15	8

সমাধান :

ইয়াত, বহুলক শ্ৰেণী : 40 – 50, $l = 40$, $f_1 = 20$, $f_0 = 12$; $f_2 = 11$ আৰু $h = 10$.

$$\begin{aligned}
\therefore \text{বহুলক} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\
&= 40 + \left(\frac{20 - 12}{2(20) - 12 - 11} \right) \times 10 \\
&= 40 + \left(\frac{8}{40 - 23} \right) \times 10 \\
&= 40 + \frac{80}{17} \\
&= 40 + 4.70588 = 40 + 4.7 = 44.7 \text{ (প্রায়)}
\end{aligned}$$

\therefore নির্ণেয় বহুলক = 44.7 (প্রায়) । (উত্তৰ)

অনুশীলনী – 14.3

প্রশ্ন 1. এটা অঞ্চলৰ 68 জন গ্ৰাহকে মাহেকত খৰচ বিদ্যুতৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন তলত দিয়া হ'ল । তথ্যৰ মধ্যমা, মাধ্য আৰু বহুলক উলিওৱা আৰু তুলনা কৰা ।

মাহেকত খৰচ (ইউনিটত)	গ্ৰাহকৰ সংখ্যা
65 – 85	4
85 – 105	5
105 – 125	13
125 – 145	2
145 – 165	14
165 – 185	8
185 – 205	4

সমাধান : মধ্যমা নিৰ্ণয়

শ্ৰেণী অস্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
65 – 85	4	4
85 – 105	5	$4 + 5 = 9$
105 – 125	13	$9 + 13 = 22$
125 – 145	20	$22 + 20 = 42$
145 – 165	14	$42 + 14 = 56$
165 – 185	8	$56 + 8 = 64$
185 – 205	4	$64 + 4 = 68$
মুঠ	$\sum f_i = n = 68$	

গৃহীত মাধ্য (a) = n = 68

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$, ই শ্রেণী অন্হবাল (125 – 145) ৰ অন্হগত ।

\therefore মাধ্যমা শ্রেণী : 125 – 145, l = 125, n = 68 f = 20, cf = আৰু h = 20.

$$\begin{aligned} \therefore \text{মাধ্যমা} &= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h \\ &= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right) \times 20 \\ &= 125 + 12 = 137 \end{aligned}$$

মাধ্য (Mean) নিৰ্ণয় :

শ্রেণী অন্হবাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	মধ্যমান (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ বা, $u_i = \frac{x_i - 135}{20}$	$f_i u_i$
65 – 85	4	75	-3	-12
85 – 105	5	95	-2	-10
105 – 125	13	115	-1	-13
125 – 145	20	135	0	0
145 – 165	14	155	1	14
165 – 185	8	175	2	16
185 – 205	4	195	3	12
মুঠ	$\sum f_i = 68$			$\sum f_i u_i = 7$

ইয়াত, গৃহীত মাধ্য (a) = 135

আৰু শ্রেণী অন্হবালৰ দৈৰ্ঘ্য (h) = 20

$$\therefore \bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{7}{68} = 0.102$$

\therefore মাধ্য (\bar{x}) = a + h \bar{u}

$$= 135 + 20(0.102)$$

$$= 135 + 2.04$$

$$= 137.04$$

বহুলক শ্রেণী :

ইয়াত, বহুলক শ্রেণী : $125 - 145$, $l = 125$, $f_1 = 20$, $f_0 = 13$; $f_2 = 14$ আৰু $h = 20$.

$$\therefore \text{বহুলক} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 125 + \left(\frac{20 - 13}{2(20) - 13 - 14} \right) \times 20$$

$$= 125 + \frac{7}{40 - 27} \times 20 = 125 + \frac{140}{13}$$

$$= 125 + 10.76923 = 125 + 10.77 = 135.77$$

\therefore নিৰ্ণেয় মধ্যমা = 137, মাধ্য = 137.04 আৰু বহুলক = 135.77 (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 2. তলৰ বিভাজনৰ মধ্যমা যদি 28.5, তেন্তে x আৰু y ৰ মান উলিওৱা।

শ্রেণী সমাল্হৰাল	বাৰংবাৰতা
0 – 10	5
10 – 20	x
20 – 30	20
30 – 40	15
40 – 50	y
50 – 60	5
মুঠ	60

সমাধান :

শ্রেণী অন্হৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
0 – 10	5	4
10 – 20	x	5 + x
20 – 30	20	25 + x
30 – 40	15	40 + x
40 – 50	y	40 + x + y
60 – 60	5	45 + x + y
মুঠ	$\sum f_i = n = 60$	

ইয়াত, $\sum f_i = n = 60$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

প্রদত্ত মধ্যমা = 28.5, ই (20 – 30) শ্রেণী অন্হৰালৰ অন্হৰ্গত। অৰ্থাৎ মধ্যমা শ্রেণী অন্হৰাল হ'ল (20 – 30)।

$$\therefore l = 20, f = 20, cf = 5 + x, h = 10$$

তালিকাৰ পৰা পোৱা যায় যে, $45 + x + y = 60$

$$\Rightarrow x + y = 60 - 45 = 15$$

$$\Rightarrow x + y = 15$$

$$\therefore \text{মাধ্যমা} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h \dots (1)$$

$$\Rightarrow 28.5 = 20 + \left[\frac{30 - (5+x)}{20}\right] \times 10$$

$$\Rightarrow 28.5 = 20 + \frac{30 - 5 - x}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \times 28.5 = 65 - x$$

$$\Rightarrow 57.0 = 65 - x$$

$$\Rightarrow x = 65 - 57 = 8$$

$$\Rightarrow x = 8$$

এতিয়া, $x = 8$, (1) নং সমীকৰণত বহুৱাই পাওঁ –

$$8 + y = 15$$

$$\Rightarrow y = 15 - 8 = 7$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} x = 8 \\ y = 7 \end{array} \right\} \text{(উত্তৰ)}$$

প্ৰশ্ন 3. সকলো জীৱনবীমা সদস্যই 100 জন পলিছি গ্ৰাহকৰ বয়সৰ তত্যা বিভাজন তলত দিয়া ধৰণে পায়। মধ্যমা বয়স উলিওৱা, যদি 18 ব পৰা 60 বছৰ কম বয়সৰ ব্যক্তিকেহে পলিছি দিয়ে।

বয়স (বছৰত)	পলিছি থকা গ্ৰাহকৰ সংখ্যা
20 বছৰৰ কম	2
25 বছৰৰ কম	6
30 বছৰৰ কম	24
35 বছৰৰ কম	45
40 বছৰৰ কম	78
45 বছৰৰ কম	89
50 বছৰৰ কম	92
55 বছৰৰ কম	98
60 বছৰৰ কম	10

সমাধান :

বয়স (বছরত)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা	বাৰংবাৰতা (f_i)
20 – তকৈ কম	2	2
20 – 25	6	6 – 2 = 4
25 – 30	24	24 – 6 = 18
30 – 35	45	45 – 24 = 21
35 – 40	78	78 – 45 = 33
40 – 45	89	89 – 78 = 11
45 – 50	92	92 – 89 = 3
50 – 55	98	98 – 92 = 6
55 – 60	100	100 – 98 = 100
মুঠ		$\sum f_i = n = 100$

ইয়াত, $\sum f_i = n = 100$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50, \text{ ই } (35 - 40) \text{ শ্ৰেণী-অন্হৰালৰ অন্হৰ্গত } | \text{ অৰ্থাৎ মধ্যমা শ্ৰেণী } (35 - 40) |$$

$$\therefore l = 35,] = 100, f = 33, cf = 45 \text{ আৰু } h = 5$$

$$\therefore \text{মাধ্যমা} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h \dots (1)$$

$$= 35 + \left[\frac{50 - 45}{33}\right] \times 5$$

$$= 35 + \frac{5}{33} \times 5$$

$$= 35 + \frac{25}{33}$$

$$= 35 + 0.7575$$

$$= 35 + 0.76$$

$$= 35.76 \text{ (প্ৰায়)}$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় বয়স বছৰ} = 35.76 \text{ (প্ৰায়)} | \text{(উত্তৰ)}$$

প্রশ্ন 4. এজোপা উদ্ভিদৰ 40 টা পাতৰ দৈৰ্ঘ্য আসন্ন মিলিমিটাৰত জোখ হৈছে আৰু প্ৰাপ্ত তথ্য তলৰ তালিকাত প্ৰকাশ কৰা হৈছে ।

দৈৰ্ঘ্য (মিঃমিঃত)	পাতৰ সংখ্যা
118 – 126	3
127 – 135	5
136 – 144	9
145 – 153	12
154 – 162	5
163 – 171	4
172 – 180	2

পাতৰ মধ্যমা দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা ।

(ইংগিত : তথ্যসমূহ অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীলৈ পৰিবৰ্তন কৰিব লাগিব যিহেতু মধ্যমা নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰটো অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীত ধৰা হৈছে । শ্ৰেণীসমূহ সেয়ে পৰিবৰ্তিত হ'ব – 117.5 – 126.5, 126.5 – 135.5,, 171.5 – 180.5)

সমাধান :

শ্ৰেণী পৰিবন্ধ	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
117.5 – 126.5	3	3
126.5 – 135.5	5	3 + 5 = 8
135.5 – 144.5	9	8 + 9 = 17
144.5 – 153.5	12	17 + 12 = 29
153.5 – 162.5	5	29 + 5 = 34
162.5 – 171.5	4	34 + 4 = 38
171.5 – 180.5	2	38 + 2 = 40
মুঠ	$\sum f_i = n = 40$	

ইয়াত, $\sum f_i = n = 40$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20, \text{ ই শ্ৰেণী-অস্থালৰ } (144.5 - 153.5) \text{ অস্থগত ।}$$

∴ অৰ্থাৎ মধ্যমা শ্ৰেণী = (144.5 – 153.5), $l = 144.5$, $f = 12$, $cf = 17$ আৰু $h = 9$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যমা} &= l + \left(\frac{n-cf}{f}\right) \times h \\ &= 144.5 + \left[\frac{20-17}{12}\right] \times 9 \\ &= 144.5 + \frac{3 \times 9}{12} \\ &= 144.5 + 2.25 \\ &= 146.75 \end{aligned}$$

∴ নিৰ্ণেয় পাতৰ মধ্যমা দৈৰ্ঘ্য = 146.75 মি. মি. । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 5. তলৰ বিভাজনে এটা শ্ৰেণীকোঠাৰ 30 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ওজন নিকপণ কৰা । ছাত্ৰৰ মধ্যমা ওজন নিৰ্ণয় কৰা ।

ওজন (কিঃগ্ৰামত)	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	2	3	8	6	6	3	2

সমাধান :

শ্ৰেণী-অন্তৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
40 – 45	2	2
45 – 50	3	2 + 3 = 5
50 – 55	8	5 + 8 = 13
55 – 60	6	13 + 6 = 19
60 – 65	6	19 + 6 = 25
65 – 70	3	25 + 3 = 28
70 – 75	2	28 + 2 = 30
মুঠ	$\sum f_i = n = 30$	

ইয়াত, $\sum f_i = n = 30$

∴ $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$, ই শ্ৰেণী-অন্তৰালৰ (55 – 60) শ্ৰেণী-অন্তৰালৰ অন্তৰ্গত ।

∴ মধ্যমা শ্ৰেণী = 55 – 60, $l = 55$, $n = 30$, $f = 6$, $cf = 13$ আৰু $h = 5$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{মাধ্যমা} &= l + \left(\frac{n-cf}{f}\right) \times h \\
 &= 55 + \left[\frac{15-13}{6}\right] \times 5 \\
 &= 55 + \frac{2 \times 5}{6} \\
 &= 55 + \frac{5}{3} \\
 &= 55 + 1.666 \\
 &= 55 + 1.7 = 56.67 \text{ (প্রায়)}
 \end{aligned}$$

\therefore নিৰ্ণেয় মধ্যম ওজন = 56.67 (প্রায়)। (উত্তৰ)

অনুশীলনী –14.4

প্ৰশ্ন 1. এটা ফেক্টৰীৰ 50 জন শ্ৰমিকৰ দৈনিক আয় তলৰ বিভাজনটোৱে দিয়ে।

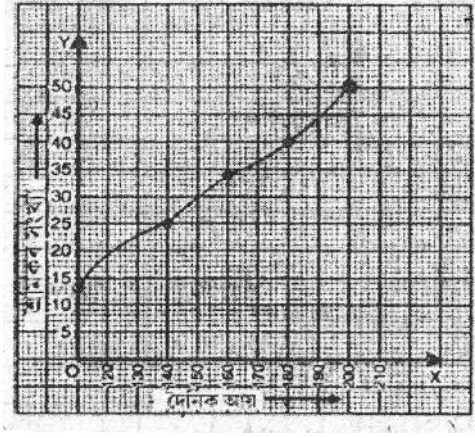
দৈনিক আয় (টকাত)	100 – 120	120 – 140	140 – 160	160 – 180	180 – 200
শ্ৰমিকৰ সংখ্যা	12	14	8	6	10

ওপৰৰ বিভাজনটো তাতকৈ কম প্ৰকাৰৰ সংখ্যকী বাৰংবাৰতা বিভাজনলৈ পৰিবৰ্তন কৰা আৰু ইয়াৰ অজিত আঁকা।

সমাধান :

শ্ৰেণী অন্হাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সংখ্যকী বাৰংবাৰতা (cf)
100 – 120	12	12
120 – 140	14	12 + 14 = 26
140 – 160	8	26 + 8 = 34
160 – 180	6	34 + 6 = 40
180 – 200	10	40 + 10 = 50
মুঠ	$\sum f_i = n = 50$	

তালিকাৰ পৰা $(120, 12)$; $(140, 26)$; $(160, 34)$; $(180, 40)$, $(200, 50)$ বিন্দুকেইটাক ছক্ $[X =$ কাগজত অক্ষৰ ওপৰত 10 টকা = 10 একক আৰু y অক্ষৰ ওপৰত 5 জন শ্ৰমিক = 10 একক $] বহুৱাই বিন্দুবোৰৰ মাজেৰে এটা মসৃণলেখঅংকণ কৰা হ'ল । এইটোৱেই প্ৰদত্ত তথ্যৰ সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা লেখ ।$



প্ৰশ্ন 2. এটা শ্ৰেণীৰ 35 গৰাৰী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ স্বাস্থ্য পৰীক্ষা কৰোঁতে ওজন তলত দিয়া ধৰণেৰে পোৱা গৈছিল ।

ওজন (কিঃগ্ৰামত)	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
38 তকৈ কম	0
40 তকৈ কম	3
42 তকৈ কম	5
44 তকৈ কম	9
46 তকৈ কম	14
48 তকৈ কম	28
50 তকৈ কম	32
52 তকৈ কম	35

তাতকৈ কম প্ৰকৃতিৰ অৰ্জিত অংকন কৰা । ইয়াৰপৰা মধ্যমা ওজন চিত্ৰৰ পৰা

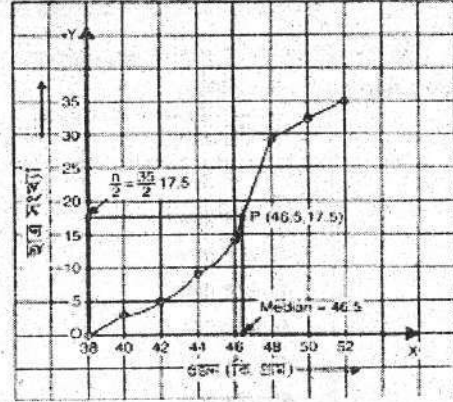
নিৰূপণ কৰা আৰু সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সত্যাপন কৰা ।

সমাধান :

শ্রেণী অন্হবাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
36 – 38	0	0
38 – 40	3 – 0 = 3	3
40 – 42	5 – 3 = 2	5
42 – 44	9 – 5 = 4	9
44 – 46	14 – 9 = 5	14
46 – 48	28 – 14 = 14	28
48 – 50	32 – 28 = 4	32
50 – 52	35 – 32 = 3	35
মুঠ	$\sum f_i = n = 35$	

তালিকাৰ পৰা (38, 0); (42, 5); (44, 9); (46, 14); (48, 28); (50, 32); (52, 35) বিন্দুকেইটাক ছক্ [X = কাগজত অক্ষৰ ওপৰত 2 কিগ্ৰা. = 10 একক আৰু y অক্ষৰ ওপৰত 5 জন ছাত্ৰ = 10 একক] বছৰাই বিন্দুবোৰৰ মাজেৰে এটা মসৃণলেখঅংকণ কৰা হ'ল। এইটোৱেই প্ৰদত্ত তথ্যৰ সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা লেখ।

ওপৰৰ লেখৰ পৰা পোৱা যায় যে, মধ্যমা = 46.5 কি.গ্ৰা.। ই (46 – 48) শ্ৰেণী অন্হবালৰ অন্হৰ্গত।



তালিকাৰ পৰা আমি পাওঁ –

$$\sum f_i = n = 35$$

$$\therefore \frac{n}{2} = \frac{35}{2} = 17.5, \text{ ই } (46 - 48) \text{ শ্ৰেণী-অন্হবালৰ।}$$

$$\therefore \text{মধ্যমা শ্ৰেণী} = (46 - 48, l = 46, n = 35, f = 14, cf = 14 \text{ আৰু } h = 2$$

$$\therefore \text{মধ্যমা} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$\begin{aligned}
&= 46 + \left[\frac{17.5-14}{14} \right] \times 2 \\
&= 46 + \left[\frac{3.5}{14} \times 2 \right] \\
&= 46 + \frac{\frac{7}{2} \times 2}{\frac{14}{2} \times 7} = 46 + \frac{1}{2} \\
&= 46 + 0.5 = 46.5
\end{aligned}$$

∴ ওপৰৰ আলোচনা আৰু লেখৰ পৰা পোৱা যায় যে, উভয় ক্ষেত্ৰত মধ্যমা একেই।

∴ নিৰ্ণেয় মধ্যম = 46.5 কি.গ্ৰাম। (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 3. এখন গাঁৱৰ 100 খন কৃষিক্ষেত্ৰত প্ৰতি হেক্টৰত য়েঁহৰ উৎপাদন তলৰ তালিকাত দিয়া হ'ল –

উৎপাদনৰ পৰিমাণ (কিঃগ্ৰাঃ প্ৰতি হেক্টৰ)	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80
কৃষিক্ষেত্ৰৰ সংখ্যা	2	8	12	24	38	16

বিভাজনটো, তাতকৈ বেছি আকাৰৰ বিভাজনলৈ পৰিবৰ্তন কৰা আৰু ইয়াৰ অ'জিভ আঁকা।

সমাধান :

শ্ৰেণী অন্তৰাল	বাৰংবাৰতা (f_i)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
50 – 55	2	100
55 – 60	8	100 – 2 = 98
60 – 65	12	98 – 8 = 90
65 – 70	24	90 – 12 = 78
70 – 75	38	78 – 24 = 54
75 – 80	16	54 – 38 = 16
মুঠ	$\sum f_i = n = 100$	

তালিকাৰ পৰা (50, 100); (55, 98); (60, 90); (65, 78);

(70, 54); (75, 16) বিন্দুকেইটাক ছক [X = কাগজত অক্ষৰ ওপৰত

10 একক = 10 কি.গ্ৰাম./হেক্টৰ আৰু y অক্ষৰ ওপৰত 10 একক = 10 টা]

বহুৰাই বিন্দুবোৰৰ মাজেৰে এটা মসৃণলেখঅংকণ কৰা হ'ল। এইটোৱেই প্ৰদত্ত তথ্যৰ

সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা লেখ।

