দ্বাদশ অধ্যায়

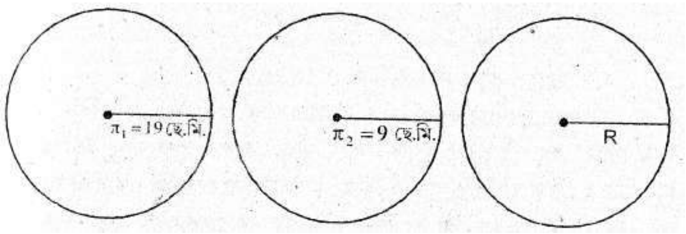
বৃত্ত সম্বন্ধীয় কালি

(AREAS RELATED TO CIRCLES)

অনুশীলনী – 12.1

প্ৰশ্ন 1. দুটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ যথাক্ৰমে **19** চে.মি. আৰু **9** চে.মি. । এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ পৰিধি বৃত্ত দুটাৰ পৰিধিৰ সমষ্টিৰ সমান।

সমাধান ঃ



প্ৰথম বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\pi_1) = 19$ ছে.মি. ।

দ্বিতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\pi_2) = 9$ ছে.মি. ।

ধৰা হ'ল তৃতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= R$ ছে.মি. ।

প্ৰশ্নমতে, প্ৰথম বৃত্তৰ পৰিধি $+$ দ্বিতীয় বৃত্তৰ পৰিধি $=$ তৃতীয় বৃত্তৰ পৰিধি

$\Rightarrow 2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi R$

$\Rightarrow 2\pi(r_1 + r_2) = 2\pi R$

$\Rightarrow r_1 + r_2 = R$

$\Rightarrow (19 + 9) = R$

$\Rightarrow R = 28$ ছে.মি.

$\therefore$ তৃতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 28$ ছে.মি ।

প্ৰশ্ন 2. দুটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ যথাক্ৰমে **8** চে.মি. আৰু **6** চে.মি.। এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ কালি বৃত্ত দুটাৰ কালিৰ সমষ্টি সমান ।

সমাধান ঃ প্ৰথম বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\pi_1) = 8$ ছে.মি. ।

দ্বিতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\pi_2) = 6$

ধৰা হ'ল তৃতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= \boldsymbol{R}$ ছে.মি. ।

প্ৰশ্নমতে, প্ৰথম বৃত্তৰ পৰিধি $+$ দ্বিতীয় বৃত্তৰ পৰিধি $=$ তৃতীয় বৃত্তৰ পৰিধি

$$\Rightarrow \pi R^2 = \pi_1{}^2 + \pi_2{}^2$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = \pi\left(r_1{}^2 + r_2{}^2\right) = r_1{}^2 + r_2{}^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 64 + 36$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{100 = 10}$$

$\therefore$ তৃতীয় বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 10$ছে.মি ।

প্ৰশ্ন 3. এখন ঘূৰণীয়া আকৃতি ধনু-কাঁড়ৰ লক্ষ্য কেন্দ্ৰৰ পৰা বাহিৰলৈ পাঁচটা নম্বৰ পোৱা অংশ ক্ৰমে সোণালী, ৰঙা, নীলা, ক'লা আৰু বগা ৰঙেৰে চিহ্নিত কৰি চিত্ৰ 12.3 ত আঁকি দেখুওৱা হৈছে । সোণালী ৰঙেৰে নিৰ্দ্দেশ কৰা অঞ্চলটোৰ ব্যাস 21 চে.মি. আৰু বাকী ৰং দিয়া অঞ্চলবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে প্ৰস্থ 10.5 চে.মি. । ৰং দিয়া অঞ্চল প্ৰত্যেকৰে কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

সোণালীৰ ক্ষেত্ৰটোৰ ব্যাস $= 21$ ছে.মি. ।

$\therefore$ সোণালীৰ ক্ষেত্ৰটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R_1) = \frac{21}{2} = 10.5$ ছে.মি. ।

$\therefore$ সোণালীৰ ক্ষেত্ৰৰ কালি $\pi R_1{}^2 = \left(\frac{22}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ ছে.মি. ।

$= 346.5$ ছে.মি.২

$\therefore$ প্ৰতিটো ঘূৰণীয়া আকৃতিৰ ধনু কাঁড়ৰ প্ৰস্থ $= 10.5$ ছে.মি. ।

$\therefore$ ৰঙা আৰু সোণালী অঞ্চলৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ (R_2)

$= (10.5 + 10.5)$ ছে.মি. । $= 21$ ছে.মি. ।

$\therefore$ কলা, নীলা, ৰঙা আৰু সোণালী বৰ্ণৰ সংযুক্ত ব্যাসাৰ্দ্ধ

$(R_4) = (31.5 + 10.5)$ ছে.মি. । $= 42$ ছে.মি. ।

$\therefore$ কলাক্ষেত্ৰৰ কালি $= \pi r_4{}^2 - \pi_3{}^2$

$$= \left[(42)^2 - (31.5)^2\right]$$

$= \frac{22}{7}[1764 - 992.25]$

$= \frac{22}{7} \times 771.75 = 2425.5$ ছে.মি.[২]

বগা, কলা, নীলা ৰঙা আৰু সোণালী অঞ্চলৰ সংযুক্ত ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R_5) = R_4 + 10.5 = 42 + 10.5 = 52.2$ ছে.মি.

আকৌ, কলা, নীলা, ৰঙা আৰু সোণালী অংশৰ সংযুক্ত ব্যাসাৰ্দ্ধ $R_4 = 42$ ছে.মি. ।

∴ বগা ঘূৰণীয়া অঞ্চলৰ কালি

$= \pi {R_5}^2 - \pi {R_4}^2$

$= \pi({R_5}^2 - {R_4}^2)$

$= \frac{22}{7}[(52.5)^2 - (42)^2] = \frac{22}{7}[2756.25 - 1764]$

$= \frac{22 \times 992.25}{7} = \frac{21829.5}{7} = 3118.5$ ছে.মি.[২]

∴ বগা অঞ্চলৰ কালি $= 3118.5$ ছে.মি.[২]

∴ ৰঙা অঞ্চলৰ কালি $= \pi {R_2}^2 - \pi {R_1}^2$

$= \pi({R_2}^2 - {R_1}^2) = \frac{22}{7}\left[(21)^2 - \left(\frac{21}{2}\right)^2\right]$

$= \frac{22}{7}\left[441 - \frac{441}{4}\right] = \frac{22}{7} \times 441\left[1 - \frac{1}{4}\right]$

$= 22 \times 63\left[\frac{3}{4}\right] = \frac{11 \times 189}{4} = \frac{2079}{4}$ ছে.মি.[২]

$= 1039.5$ ছে.মি.[২]

∴ ৰঙা অঞ্চলৰ কালি $= 1039.5$ ছে.মি.[২] ।

সোণালী, ৰঙা আৰু নীলা ঘূৰণীয়া অঞ্চলৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ

$(R_3) = (10.5 + 10.5 + 10.5) = 31.5$ ছে.মি. ।

∴ নীলা অঞ্চলৰ কালি $= \pi {R_3}^2 - \pi {R_2}^2$

$= \pi({R_3}^2 - {R_2}^2)\ 2$

$= \frac{22}{7}[(31.5)^2 - (21)^2]$

$= \frac{22}{7}[992.25 - 441]$

$= \frac{22}{7} \times 551.25$

$= \frac{12127.5}{7} = 1732.5$ ছে.মি.২

∴ সোণালী , ৰঙা, নীলা, কলা আৰু বগা ৰঙৰ ঘূৰণীয়া ক্ষেত্ৰৰ কালি যথাক্ৰমে 346.5 ছে.মি.^{2}, 1039.5 ছে.মি.^{2}, 1732.5 ছে.মি.^{2}, 2425.5 ছে.মি.^{2}, আৰু 3118.5 ছে.মি.^{2}, । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন **4.** এখন গাড়ীৰ চকাবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে ব্যাস **80** চে.মি. । যেতিয়া গাড়ীখনে প্ৰতি ঘন্টাত **66** কি.মি. দ্ৰুতিত গৈ থাকে , প্ৰতিটো চকাই **10** মিনিটত কিমানটা সম্পূৰ্ণ ঘূৰণ কৰে ?

সমাধান ঃ

গাড়ীটোৰ চকাৰ ব্যাস $= 80$ ছে.মি. ।

∴ চকাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= 40$ ছে.মি. ।

$= \frac{4}{100} = 0.04$ মি.

∴ চকাৰ পৰিধি $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} 0.04$ মি.

$= \frac{22}{7} \times 0.08$ মি.

চকাটো 10 মিনিটত n -সংখ্যকবাৰ ঘূৰি $n \times \left(0.08 \times \frac{22}{7}\right)$ মি. দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে ।

গাড়ীৰ বেগ $= 66$ কি.মি./ঘন্টা ।

∴ গাড়ীটো 60 মিনিটত 66 কি.মি. $= 66 \times 1000$ মিটাৰ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে ।

∴ 10 মিনিটত অতিক্ৰান্হ পথ $= \frac{66 \times 1000}{66} \times 10 = 11000$ মিটাৰ

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } n \times \left[\frac{22}{7} \times 0.08\right] = 11000$$

$$\Rightarrow n = \frac{11000 \times 7}{0.08 \times 22} = 4375$$

∴ গাড়ীৰ চকাটো 10 মিনিটত 4375 বাৰ ঘূৰিব ।

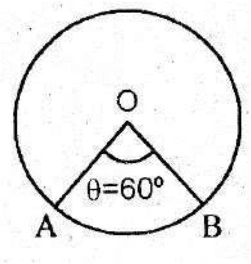
অনুশীলনী -12.2

প্ৰশ্ন $1.$ 6 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত এটা বৃত্তৰ এটা বৃত্তকলাৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, যদি বৃত্তকলাটোৰ কোণ 60^0 হয় ।

.সমাধান ঃ

বৃত্তৰ বৃত্তকলাৰ (Sector) ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 6$ ছে.মি.

কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 60^0$



$\therefore$ বৃত্তকলাৰ কালি $= \frac{\pi R^2 \theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{6\times6\times60}{360}$

$= \frac{132}{7}$ ছে.মি.^{2}

$\therefore$ বৃত্তকলাৰ কালি $= 18.86$ ছে.মি.^{2} (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন $2.$ 22 চে.মি. পৰিধিযুক্ত এটা বৃত্তৰ এটা চোকৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

বৃত্তৰ পৰিধি $= 22$ ছে.মি.

$\Rightarrow 2\pi r = 22$

$\Rightarrow R = \frac{22}{2\pi} = \frac{1\times7}{22} = \frac{7}{2}$

$\therefore$ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 90^0$

$\therefore$ বৃত্তৰ এটা চোকৰ কালি $= \frac{\pi R^2 \theta}{360}$

$= \frac{\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times90}{360}$

$= \frac{77}{8}$ ছে.মি.^{2}

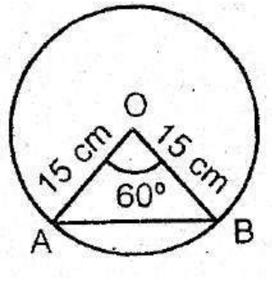
$= 9.625$ ছে.মি.^{2}

$\therefore$ বৃত্তৰ এটা চোকৰ কালি $= 9.625$ ছে.মি.^{2}

প্ৰশ্ন 3.15 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যাই কেন্দ্ৰত এটা 60^0 ৰ কোণ কৰে । বৃত্তটোৰ অনুৰূপ গৌণ আৰু মুখ্য বৃত্তখণ্ডবোৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা । (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3014$ আৰু $\sqrt{3} = 1.73$)

সমাধান ঃ

বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 15$ ছে.মি. ।



কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 60^0$

$\therefore OA = OB$

$\therefore \angle A = \angle B$

$\therefore \angle 0 + \angle A + \angle B = 180^0$

$\Rightarrow 60^0 + \angle A + \angle B = 180^0$

$\Rightarrow \angle A + \angle B = 180^0 - 60^0 = 120^0$

$\Rightarrow \angle A = \angle B = \frac{120^0}{2} = 60^0 \quad [\therefore \angle A = \angle B]$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle = 60^0$

$\therefore OAB$ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ।

$\therefore$ গৌণ বৃত্তখণ্ডৰ কালি

$=$ গৌণ বৃত্তাংশ কালি -সমবাহু ত্ৰিভুজৰ কালি

$= \frac{\pi R^2 \theta}{360^0} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (বাহু)২

$= \frac{3.14 \times 15 \times 15 \times 60^0}{360^0} - \frac{1.73}{4} \times (15)^2$

$= 15 \times 15 \left[\frac{3.14 \times 60^0}{360^0} - \frac{1.73}{4}\right]$

$= \frac{225}{100}\left[\frac{314}{6} - \frac{173}{4}\right]$

$= \frac{225}{100}[52.33 - 43.25]$

$= \frac{225}{100} \times 9.08$

$= \frac{2043}{100} = 20.43$

$\therefore$ গৌণ বৃত্তখণ্ডৰ কালি $= 20.4$ ছে. মি.২ ।

এতিয়া মুখ্য বৃত্তখণ্ডৰ কালি

$=$ বৃত্তৰ কালি $-$ গৌণ বৃত্তখণ্ডৰ কালি

$= \pi R^2 - 20.43$

$= 3.14 \times 15 \times 15 - 20.43$

$= 706.5 - 2043$

$= 686.07$ ছে. মি.² ।

∴ মুখ্য বৃত্তখণ্ডৰ কালি $= 686.07$ ছে. মি.² ।

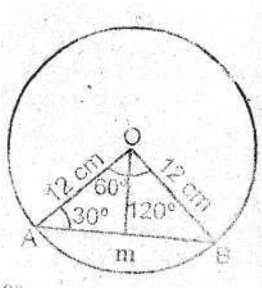
প্ৰশ্ন **4.** **12** চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধ এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যাই কেন্দ্ৰত এটা 120^0 ৰ কোণ কৰে । বৃত্তটো অনুৰূপ বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

(ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$ আৰু $\sqrt{3} = 1.73$)

সমাধান ঃ

বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 12$ ছে. মি. ।

কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 120^0$



$\angle AOB$ -ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক OM অংকন কৰা হ'ল ।

$\therefore \angle AOM = \angle BOM = 60^0$

$\therefore AM = MB = \frac{1}{2} AB$

ΔOMA ৰ পৰা পাওঁ –

$\angle AOM + \angle OMA + \angle OAM = 180^0$

$\Rightarrow 60^0 + 90^0 + \angle OAM = 180^0$

$\Rightarrow 150^0 + \angle OAM = 180^0$

$\Rightarrow \angle OAM = 180^0 - 150^0 = 30^0$

অনুৰূপভাবে, $\angle AOM = 30^0 = \angle OBM$

$\therefore sin 60^0 = \frac{AM}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AM}{12} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3} \times 12^6}{2} = 6\sqrt{3}$

$\therefore AB = 2AM = 2 \times 6\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB = 12\sqrt{3}$ ছে. মি.

আৰু $cos\ 60^0 = \frac{OM}{AO} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OM}{12}$

$\therefore OM = \frac{12}{2} = 6$ ছে. মি.

∴ বৃত্তখণ্ডৰ কালি $=$ বৃত্তাংশৰ কালি $- \Delta OAB$ -ৰ কালি

$$= \frac{\pi R^2\theta}{360^0} - \frac{1}{2} AB \times OM$$

$$= \frac{3.14\times12\times12\times120^0}{360^0} - \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6$$

$$= \frac{314}{100} \times \frac{144\times120^0}{360^0} - 36\sqrt{3}$$

$$= 150.72 - 36 \times 1.73$$

$= (150.72 - 62.28)$ ছে. মি.২

$= 88.44$ ছে. মি.২

∴ বৃত্তখণ্ডৰ কালি $= 88.44$ ছে. মি.২

প্ৰশ্ন 5. এখন গাড়ীৰ ওপৰউপৰিকৈ লাগি নতকাকৈ দুডাল ৰাই পাৰ আছে । 115^0 ৰ এটা কোণেৰে ঘূৰি থকা প্ৰতিডাল ৱাইপাৰৰ 25 চে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ এখন ব্লেড আছে । ব্লেডবোৰৰ প্ৰতিটো ঘূৰণৰ পৰিস্কাৰ হোৱা মুঠ অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

এটা গাড়ীৰ ৱাইপাৰৰ দৈৰ্ঘ্য $(R) = 25$ ছে.মি.

কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 115^0$

∴ বৃত্তাংশৰ কালি $=$ এটা ব্লেডৰ দ্বাৰা পৰিস্কাৰ কৰা অঞ্চলৰ কালি

$$= \frac{\pi R^2\theta}{360^0}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{115^0\times25\times25}{360^0}$$

$= 627.48$ ছে.মি.২

∴ ৱাইপাৰৰ ব্লেড দুটাৰ দ্বাৰা পৰিস্কাৰ কৰা অঞ্চলৰ কালি

$= (2 \times 627.48)$ ছে.মি.২

$= 1254.96$ ছে.মি.২ (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 6. পানীৰ তলত থকা শিলবোৰৰ বাবে জাহাজবোৰক সতৰ্ক কৰি দিবলৈ এটা লাইটহাউচে ৰঙা বৰণীয়া পোহৰ 16.5 কি.মি. দূৰত্বলৈ 80^0 কোণৰ এটা বৃত্তকলাৰ ওপৰত বিয়পায় । সাগৰৰ যি অঞ্চলৰ ওপৰত জাহাজবোৰক সতৰ্ক কৰি দিয়া হয় সেই অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা । (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)।

সমাধান ঃ বৃত্তাংশৰ কোণ $(\theta) = 180^0$

বৃত্তংশৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 16.5$ কি.মি.

বৃত্তাংশৰ কালি (সমুদ্ৰ পৃষ্ঠাৰ যি অঞ্চলত সতৰ্ক সংকেত পঠোৱা হয়)

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360^0}$$

$$= \frac{3.14 \times 16.5 \times 16.5 \times 80^0}{360^0} \text{ কি.মি.}^২$$

$$= 189.97 \text{ কি.মি.}^২$$

সমুদ্ৰ পৃষ্ঠাত সতৰ্ক সংকেত পঠোৱা অঞঅছলৰ কালি $= 189.97$ কি.মি.^{২}

প্ৰশ্ন 7. চিত্ৰ 12.14 ত দেখুওৱাৰ দৰে এখন ঘূৰণীয়া টেবুল কভাৰৰ ছয়টা সমান নক্সা আছে । যদি কভাৰটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 28 চে.মি. হয় , তেন্হে প্ৰতি চে.মি.^{2} ত 0.35 টকা হাৰত নক্সাবোৰ তৈয়াৰ কৰাৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা । (ব্যৱহাৰ কৰা $\sqrt{3} = 1.7$)

সমাধান ঃ

ঘূৰণীয়া টেবুল কভাৰৰ সমান মাপৰ নক্সাৰ সংখ্যা $= 6$

নক্সাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= (R) = 28$ ছে.মি.

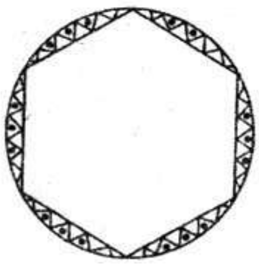
প্ৰতিটো নক্সাৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = \frac{360^0}{6} = 60^0$

$\therefore$ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $= 60^0$ আৰু $OA = OB$

$\therefore$ OAB এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ । ইয়াৰ প্ৰতিটো বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য $= 28$ ছে.মি. ।

টেবুল ৱভাৰৰ এটা নক্সা কৰা অঞ্চলৰ কালি

$= OAB$ বৃত্তাংশৰ কালি ΔOAB -ৰ কালি



$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360^0} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ (বাহু)}^2$$

$$= \frac{22 \times 28 \times 28 \times 60^0}{7 \times 360^0} - \frac{1.73}{4} \times 28 \times 28$$

$$= 410.66 - 333.2$$

$$= 77.46$$

$\therefore$ এটা নক্সা কৰা অঞ্চলৰ কালি $= 77.46$ ছে.মি.^{2}

$\therefore$ ছয়টা নক্সা কৰা অঞ্চলৰ কালি $= (77.46 \times 6)$ ছে.মি.^{2}

$= \mathbf{464.76}$ ছে.মি.^{2}

∴ প্ৰতি বৰ্গ ছেমি. টাৰত খৰচ পৰে $= \mathbf{0.35}$ টকা ।

∴ $\mathbf{464.76}$ ছে.মি.^{2} ত খৰচ পৰে $= (\mathbf{0.35} \times \mathbf{464.76})$ টকা ।

$= \mathbf{162.666} \ldots = \mathbf{162.67}$ টকা (প্ৰায়)

অনুশীলনী $-\mathbf{12.3}$

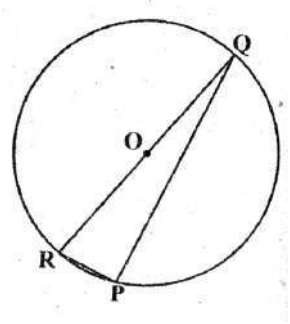
প্ৰশ্ন 1. চিত্ৰ $\mathbf{12.19}$ ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি উলিওৱা, যদি $PQ = 24$ চে.মি., $PR = 7$ চে.মি. আৰু বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ O ।

সমাধান ঃ

প্ৰদত্ত ঃ $PQ = 24$ ছে.মি., $PR = 7$ ছে.মি.

$RQ =$ বৃত্তটোৰ ব্যাস ।

∴ $\angle RPO = 90^0$ [অৰ্ধবৃত্তস্থ কোণ]



∴ PQR সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰা পাওঁ –

$QR^2 = RP^2 + PQ^2$

⇒ $QR^2 = (7)^2 + (24)^2 = \sqrt{49 + 576}$

⇒ $QR = \sqrt{625} = 25$ ছে.মি.

∴ ব্যাস $= 25$ ছে.মি.

∴ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = \frac{25}{2}$ ছে.মি.

∴ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি = অৰ্ধবৃত্তৰ কালি ΔRPQ-ৰ কালি

$= \frac{1}{2}\pi R^2 - \frac{1}{2} RP \times PQ$

$= \left[\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2} - \frac{1}{2} \times 7 \times 24\right]$ ছে.মি.^{2}

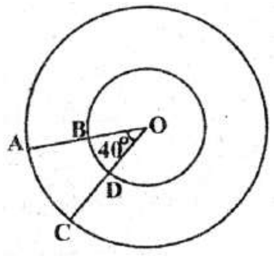
$= \left[\frac{6875}{28} - 84\right]$

$= 245.53 - 84 = 161.53$ ছে.মি.^{2}

∴ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি $= 161.53$ ছে.মি.^{2}

প্ৰশ্ন 2. চিত্ৰ $\mathbf{12.20}$ ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা যদি $\boldsymbol{O}$ কেন্দ্ৰ যুক্ত ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্ত দুটাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ ক্ৰমে **7** চে.মি. আৰু **14** চে.মি. আৰু $\boldsymbol{\angle AOC = 40^0}$.

সমাধান ঃ



সৰু বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\boldsymbol{r}) = \mathbf{7}$ ছে.মি.

ডাঙৰ বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(\boldsymbol{R}) = \mathbf{14}$ ছে.মি.

কেন্দ্ৰস্থ কোণ, $\boldsymbol{\angle AOC(\theta) = 40^0}$

আচ্ছাদিত অংশৰ কালি

= ডাঙৰ বৃত্তাংশ $\boldsymbol{OAC}$ -ৰ কালি -সৰু বৃত্তাংশ $\boldsymbol{OBD}$ -ৰ কালি ।

$$= \frac{\pi R^2\theta}{360} - \frac{\pi R^2\theta}{360}$$

$$= \frac{\pi\theta}{360}\left[R^2 - R^2\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{40}{360} \times \left[14^2 - 7^2\right]$$

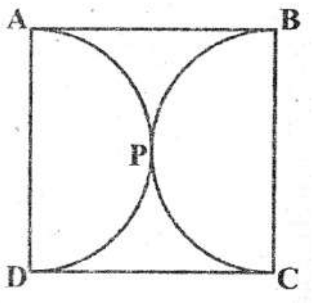
$$= \frac{22}{63}[196 - 49]$$

$$= \frac{22}{63} \times 147 = 51.33 \text{ ছে.মি.}^2$$

∴ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি $= \mathbf{51.33}$ ছে.মি.^{2} ।

প্ৰশ্ন 3. চিত্ৰ $\mathbf{12.21}$ ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, যদি **14** চে.মি. বাহুৰ $\boldsymbol{ABCD}$ এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু $\boldsymbol{APD}$ আৰু $\boldsymbol{BPC}$ অৰ্ধবৃত্ত হয় ।

সমাধান ঃ



বৰ্গৰ এটা বাহু $= \mathbf{14}$ ছে.মি.

অৰ্ধবৃত্তৰ ব্যাস $(\boldsymbol{AB = BC})= \mathbf{14}$ ছে.মি.

∴ বৰ্গৰ কালি = (বাহু)^2

$$= (14 \times 14)$$

$$= 196 \text{ ছে.মি.}^2 \text{ ।}$$

∴ এটা অৰ্ধ-বৃত্তৰ কালি $= \frac{1}{2}\pi R^2$

$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7\right)$ ছে.মি.^{2} $= 77$ ছে.মি.^{2}

∴ দুটা অৰ্ধ-বৃত্তৰ কালি= $77 \times 2 = 154$ ছে.মি.^{2}

∴ আচ্ছাদিত অংশ কালি = $ABCD$ বৰ্গৰ কালি - দুটা অৰ্ধবৃত্তৰ কালি ।

$= (196 - 154)$ ছে.মি.^{2} $= 42$ ছে.মি.^{2}

∴ আচ্ছাদিত অংশ কালি = 42 ছে.মি.^{2} (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 4. চিত্ৰ 12.22 ত আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা য'ত 12 চে.মি. বাহুৰ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ বিন্দু O ক কেন্দ্ৰৰ হিচাবে ধৰি 6 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা চাপ বৃত্তীয় চাপ আঁকা হৈছে ।

সমাধান ঃ

বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 6$ ছে.মি. ।

OAB সমবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য $= 12$ ছে.মি.

∴ $OA = OB = AB = 12$ ছে.মি. । আৰু কেন্দ্ৰস্থকোণ 60^0

∴ মুখ্য বৃত্তাংশৰ কালি = বৃত্তৰ কালি − গৌণ বৃত্তাংশৰ কালি

$= \pi R^2 - \frac{\pi R^2 \theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 - \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times \frac{60^0}{360^0}$

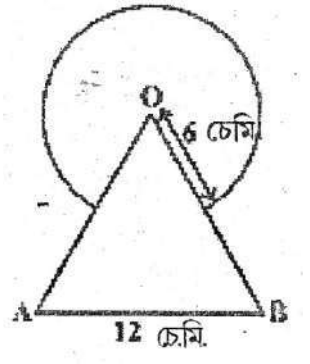
$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \left[1 - \frac{60}{360}\right]$

$= \frac{22}{7} \times \left[1 - \frac{1}{6}\right]$

$= \frac{22}{7} \times 36 \times \frac{5}{6}$

$= 94.28$ ছে.মি.^{2}

∴ মুখ্য বৃত্তাংশৰ কালি $= 94.28$ ছে.মি.^{2}



আকৌ, OAB সমবাহু ত্ৰিভুজৰ

কালি $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ (বাহু)^2

$= \left(\frac{1.73}{4} \times 12 \times 12\right)$ ছে.মি.^{2}

$= (1.73 \times 36)$ ছে.মি.^{2}

$= 62.28$ ছে.মি.²

$\therefore$ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি $= OAB$ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ কালি $+$ মুখ্য বৃত্তাংশৰ কালি

$= (62.28 + 94.28)$ ছে.মি.²

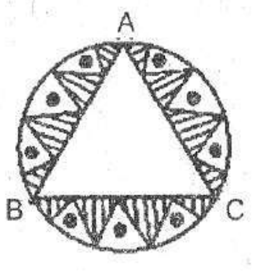
$= 156.56$ ছে.মি.² (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 5. চিত্ৰ 12.24 ত দেখুওৱাৰ দৰে 32 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এখন বৃত্তীয় টেবুলকভাৰৰ ABC মাজত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ এৰি এটা নক্সা তৈয়াৰ কৰা হৈছে । নক্সাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ

টেবুল কভাৰৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ$(R) = 32$ ছে.মি.

$\therefore OA = OB = OC = 32$ ছে.মি.



ΔABC সমবাহু ত্ৰিভুজৰ –

$AB = AC = BC = 32$

$\therefore \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^0$

ΔBOC -ত, O বিন্দুৰ পৰা BC -ৰ ওপৰত OM লম্ব সমদ্বিখণ্ডক অংকন কৰা হ'ল ।

$\therefore BM = MC = \frac{1}{2} BC$

$OB = OC$ [একে বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ]

$\therefore \angle OBC = \angle OCM$

$\therefore \angle O + \angle OBC + \angle OCM = 180^0$

$\Rightarrow 120^0 + \angle OBC + \angle OCM = 180^0$

$\Rightarrow \angle OBC + \angle OCM = 180^0 - 120^0 = 60^0$

$\Rightarrow \angle OBC = \angle OCM = \frac{60^0}{2} = 30^0$ $[\because OB = OC]$

আকৌ, $\angle BOM = \angle COM = 60^0$

$\therefore \Delta OMB \cong \Delta OMC$ [$R - H - S$ স্বীকাৰ্য্যমতে]

$\therefore \Delta OMB$- ৰ পৰা –

$cos 30^0 = \frac{BM}{OB}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BM}{32} \Rightarrow MB = \frac{32\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$

$\therefore BC = 2MB = 2 \times 16\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$ ছে. মি.

$\therefore$ বৃত্তৰ কালি $= \pi R^2$

$= \frac{22}{7} \times (32)^2 = 3218.28$ ছে. মি.^{2}

ΔABC -ৰ কালি $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ (বাহু)^2

$= \frac{1.73}{4} \times 32\sqrt{3} \times 32\sqrt{3} = 1328.64$ ছে. মি.^{2}

$\therefore$ নক্সাটোৰ কালি = বৃত্তৰ কালি ΔABC -ৰ কালি

$= 3218.28 - 1328.64$

$= 1889.64$ ছে. মি.^{2} । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 6. কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ 21 চে.মি. আৰু 7 চে.মি. ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্ত দুটাৰ ক্ৰমে AB আৰু CD দুটা চাপ (চিত্ৰ 12.32)। যদি $\angle AOB = 30^0$, তেন্তে আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

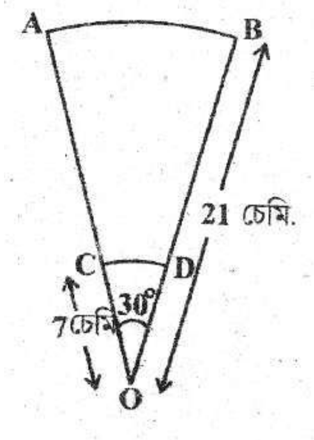
সমাধান ঃ

বৃত্তাংশ OBA -ৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(R) = 21$ ছে.মি. ।

বৃত্তাংশ ODC -ৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 7$ ছে.মি. ।

বৃত্তাংশ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 30^0$

$\therefore$ ডাঙৰ বৃত্তাংশ কালি $(OAB) = \frac{\pi R^2 \theta}{360^0}$



$= \frac{22 \times 21 \times 21 \times 30^0}{7 \times 360^0}$

$= 115.5$ ছে.মি.^{2} ।

$\therefore$ সৰু বৃত্তাংশৰ কালি $(ODC) = \frac{\pi R^2 \theta}{360^0}$

$= \frac{22 \times 7 \times 7 \times 30^0}{7 \times 360^0}$

$= 12.83$ ছে.মি.^{2} ।

এতিয়া, আচ্ছাদিত অংশৰ কালি

= ডাঙৰ বৃত্তাংশৰ কালি – সৰু বৃত্তাংশৰ কালি

$= \mathbf{115.5 - 12.83}$

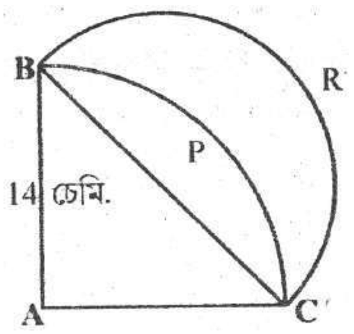
$= \mathbf{102.66}$ ছে.মি.² । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন **7.** $\mathbf{12.33}$ ত $\mathbf{14}$ চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধ এটা বৃত্তৰ ABC এটা চোক আৰু BC ক ব্যাস হিচাপে লৈ এটা অৰ্ধবৃত্ত আঁকা হ'ল । আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ বৃত্তৰ এক-চতুৰ্থাংশৰ $(ACPB)$ ব্যাসাৰ্দ্ধ $(r) = 14$ ছে.মি.^{2} আৰু এক-চতুৰ্থাংশৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 90^0$ ।

$AB = AC = 7$ ছে.মি.

ABC ত্ৰিভুজৰ কালি $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$



$= \frac{1}{2} \times 14 \times 14$

$= 98$ ছে.মি.^{2}

$\therefore ACPB$ বৃত্তাংশৰ কালি $= \frac{\pi R^2 \theta}{360^0}$

$= \frac{22 \times 14 \times 14 \times 90^0}{7 \times 360^0}$

$= 154$ ছে.মি.² ।

$BOCPB$-ৰ কালি = $ABPC$ বৃত্তাংশৰ কালি ΔABC ৰ কালি

$= 154$ ছে.মি.² -98 ছে.মি.²

$= 56$ ছে.মি.²

ΔBAC -ৰ পৰা পাওঁ –

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow (14)^2 + (14)^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{196 + 196} = \sqrt{2 \times 196} = 14\sqrt{2}$$

$\therefore BOCR$ অৰ্ধ -বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$

$\therefore$ অৰ্ধ -বৃত্তৰ কালি $= \frac{\pi R^2}{2} = \frac{22 \times 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}}{7 \times 2}$

$= \frac{22\times7\times7\times2}{7\times2}$

$= 154$ ছে.মি.^{2}

∴ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি =

অৰ্ধ-বৃত্তৰ—[বৃত্তাংশৰ কালি -ΔBAC -ৰ কালি]

$= 154 - [154 - 98]$

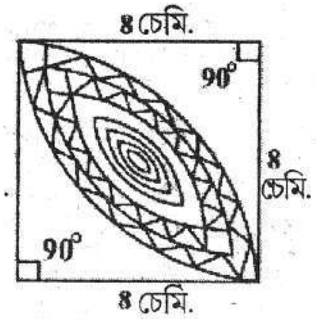
$= 154 - 56 = 98$ ছে.মি.^{2} । (উত্তৰ)

প্ৰশ্ন 8. প্ৰতিটো 8 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ বৃত্তৰ দুটা চোকৰ মাজত চিত্ৰ 12.34 ত উমৈহতীয়া নক্সা থকা অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা ।

সমাধান ঃ বৰ্গক্ষেত্ৰৰ বাহু $= 8$ ছে.মি.

∴ বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ কালি = (বাহু)২

$= (8)^2 = 64$ ছে.মি.^{2} ।



BD কৰ্ণ বৰ্গক দুটা অংশত বিভক্ত কৰিছে ।

∴ ΔABD -ৰ কালি ΔBDC-ৰ কালি ।

বৃত্তাংশৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণ $(\theta) = 90^0$

বৃত্তাংশৰ কালি $= \frac{\pi R^2\theta}{360^0}$

$= \frac{22\times8\times8\times90^0}{7\times360^0} = 50.28$ ছে.মি.^{2}

ΔABD - ৰ কালি $= \frac{1}{2}\times AB \times AD$

$= \frac{1}{2}\times 8\times 8 = 32$ ছে.মি.^{2}

∴ $DMBPD$ বৃত্তাংশৰ কালি = $ABPD$ বৃত্তাংশৰ কালি $-\Delta ABD$ - ৰ কালি

$= 50.28 - 32$

$= 18.28$ ছে.মি.^{2}

∴ আচ্ছাদিত অংশ $= 2\times DMBPD$

$= (2\times 18.28) = 36.56$ ছে.মি.^{2} । (উত্তৰ)