

দ্বিতীয় অধ্যায়
বহুপদ ৰাশি
(POLYNOMIALS)

অনুশীলনী -2.1

প্ৰশ্ন: 1. তলৰ কোনকেইটা ৰাশি এটা চলকযুক্ত বহুপদ আৰু কোনকেইটা নহয় ?

(i) $4x^2 - 3x + 7$

(ii) $y^2 + \sqrt{2}$

(iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2}$

(iv) $y + \frac{2}{y}$

(v) $x^{10} + y^3 + z^{50}$

সমাধান:

(i) $4x^2 - 3x + 7$ এটা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশি, কাৰণ চলক x -ৰ সূচক বা ঘাত এটা পূৰ্ণসংখ্যা।

(ii) $y^2 + \sqrt{2}$ টা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশি, কাৰণ চলক y -ৰ সূচক এটা পূৰ্ণসংখ্যা।

(iii) $3\sqrt{t} + t\sqrt{2}$ এটা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশি নহয়, কাৰণ বহুপদ ৰাশিৰ প্ৰথম পদৰ চলক t -ৰ ঘাত $= \frac{1}{2}$ আৰু ই পূৰ্ণসংখ্যা নহয়।

(iv) $y + \frac{2}{y}$ এটা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশি নহয়।

(v) $x^{10} + y^3 + z^{50}$ এটা চলকযুক্ত বহুপদ ৰাশি নহয়।

প্ৰশ্ন: 2. তলৰ প্ৰতিটোৰে x^2 -ৰ সহগ লিখা।

(i) $2 + x^2 + x$

(ii) $2 - x^2 + x^3$

(iii) $\frac{\pi}{2}x^2 + x$

(iv) $\sqrt{2x} - 1$

(v) $(2x - 3)(x^2 - 3x + 1)$

সমাধান:

(i) $2 + x^2 + x$ -ত x^2 -ৰ সহগ হ'ল :1.

(ii) $2 - x^2 + x^3$ -ত x^2 -ৰ সহগ হ'ল :-1.

(iii) $\frac{\pi}{2}x^2 + x$ -ত x^2 -ৰ সহগ হ'ল : $\frac{\pi}{2}$.

(iv) $\sqrt{2x} - 1$ অৰ্থাৎ $0 \cdot x^2 + \sqrt{2x} - 1$ -ত x^2 অৰ সহগ হ'ল :0.

$$(v)(2x - 3)(x^2 - 3x + 1) = 2x(x^2 - 3x + 1) - 3(x^2 - 3x + 1) \\ = 2x^3 - 6x^2 + 2x - 3x^2 + 9x - 3 = 2x^3 - 9x^2 + 11x - 3$$

$\therefore x^2$ -ৰ সহগ হ'ল :-9. (উত্তৰ) ।

প্ৰশ্ন: 3. 35মাত্ৰায়ুক্ত এটা দ্বিপদ আৰু 100 মাত্ৰায়ুক্ত এটা একপদৰ একোটাকৈ উদাহৰণ দিয়া ।

সমাধান: 35মাত্ৰা বিশিষ্ট দ্বি-পদ ৰাশিৰ এটা উদাহৰণ হ'ল : $5x^{35} - 32$

আৰু 100 মত্ৰা বিশিষ্ট এক পদ ৰাশিৰ এটা উদাহৰণ হ'ল : $3y^{100} + 1$.

প্ৰশ্ন: 4. তলৰ বহুপদবোৰৰ মাত্ৰা লিখা ।

(i) $5x^3 + 4x^2 + 7x$ (ii) $4 - y^2$

(ii) $5t - \sqrt{7}$ (d) 3

সমাধান:

(i) $P(x)$ -ৰ সৰ্বোচ্চ সূচক=3 । অৰ্থাৎ নিৰ্ণেয় মাত্ৰা =3 .

(ii) $p(y)$ -ৰ সৰ্বোচ্চ সূচক =2 । অৰ্থাৎ নিৰ্ণেয় মাত্ৰা =2.

(iii) $f(t)$ -ৰ সৰ্বোচ্চ সূচক =1 । অৰ্থাৎ নিৰ্ণেয় মাত্ৰা =1.

(iv) $f(x)$ -ৰ সৰ্বোচ্চ সূচক =0 । অৰ্থাৎ নিৰ্ণেয় মাত্ৰা =0.

প্ৰশ্ন: 5. তলত বৈখিক, দ্বিঘাত আৰু ত্ৰিঘাত বহুপদবোৰ শ্ৰেণী বিভাজন কৰা ।

(i) $x^2 + x$ (ii) $x - x^3$ (iii) $y + y^2 + 4$

(iv) $1 + x$ (v) $3t$ (vi) r^2 (vii) $7x^3$

সমাধান:

(i) $x^2 + x$ বহুপদ ৰাশিটোৰ ঘাত =2 । অৰ্থাৎ ই দ্বিঘাত বিশিষ্ট বহুপদ ৰাশি ।

(ii) $x - x^3$ বহুপদ ৰাশিটোৰ ঘাত =3 । অৰ্থাৎ ই ত্ৰিঘাত বিশিষ্ট বহুপদ ৰাশি ।

(iii) $y + y^2 + 4$ বহুপদ ৰাশিটোৰ ঘাত =2 । অৰ্থাৎ ই দ্বিঘাত বিশিষ্ট বহুপদ ৰাশি ।

(iv) $1 + x$ বহুপদ ৰাশিটোৰ ঘাত =1 । অৰ্থাৎ ই বৈখিক ৰাশি ।

(v) $3t$ বাশিটোৰ ঘাত =1 । অৰ্থাৎ ই ৰৈখিক বাশি ।

(vi) r^2 বাশিটোৰ ঘাত =2 । অৰ্থাৎ ই এটা দ্বিঘাত বিশিষ্ট বাশি ।

(vii) $7x^3$ বাশিটোৰ ঘাত =3 । অৰ্থাৎ ই এটা ত্ৰিঘাত বিশিষ্ট বাশি ।

অনুশীলনী-2.2

প্ৰশ্ন: 1. $5x - 4x^2 + 3$ বহুপদৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যেতিয়া-

(i) $x = 0$

(ii) $x = -1$

(iii) $x = 2$

সমাধান: (i) ধৰা হ'ল, $f(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} \therefore f(0) &= 5 \times 0 - 4(0)^2 + 3 \\ &= 0 - 0 + 3 = 3 \text{ উত্তৰ ।} \end{aligned}$$

(ii) ধৰা হ'ল, $f(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= 5(-1) - 4(-1)^2 + 3 \\ &= -5 - 4 + 3 = -9 + 3 = -6 \text{ উত্তৰ ।} \end{aligned}$$

(iii) ধৰা হ'ল, $f(x) = 5x - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 5 \times 2 - 4(2)^2 + 3 \\ &= 10 - 16 + 3 = -3 \text{ উত্তৰ ।} \end{aligned}$$

প্ৰশ্ন: 2. তলৰ বহুপদবোৰৰ প্ৰত্যেকৰ বাবে $p(0), p(1)$ আৰু $p(2)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ।

(i) $p(y) = y^2 - y + 1$

(ii) $p(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$

(iii) $p(x) = x^3$

(iv) $p(x) = (x - 1)(x + 1)$

সমাধান:

(i) $p(y) = y^2 - y + 1$

$$\therefore p(0) = 0^2 - 0 + 1 = 1$$

$$p(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$$

$$p(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$$

$$(ii) \quad p(t) = 2 + t + 2t^2 - t^3$$

$$\therefore p(0) = 2 + 0 + 2(0)^2 - (0)^3$$

$$= 2 + 0 + 0 - 0 = 2$$

$$p(1) = 2 + 1 + 2(1)^2 - (1)^3$$

$$= 2 + 1 + 2 - 1 = 4$$

$$p(2) = 2 + 2 + 2(2)^2 - (2)^3$$

$$= 4 + 8 - 8 = 4$$

$$(iii) \quad p(x) = x^3$$

$$\therefore p(0) = 0^3 = 0$$

$$p(1) = 1^3 = 1$$

$$p(2) = 2^3 = 8$$

$$(iv) \quad p(x) = (x - 1)(x + 1)$$

$$p(0) = (0 - 1)(0 + 1)$$

$$= -1 \times 1 = -1$$

$$p(1) = (1 - 1)(1 + 1)$$

$$= 0 \times 2 = 0$$

$$p(2) = (2 - 1)(2 + 1)$$

$$= 1 \times 3 = 3$$

প্রশ্ন: 3. কাস্ত উল্লেখিত মানবোৰ বহুপদটোৰ শূন্য হয়নে নহয় সত্যাপন কৰি চোৱা ।

$$(i) p(x) = 3x + 1, x = -\frac{1}{3}$$

$$(ii) p(x) = 5x - \pi, x = \frac{4}{3}$$

$$(iii) p(x) = x^2 - 1, x = 1, -1$$

$$(iv) p(x) = (x + 1)(x - 2), x = -1, 2$$

$$(v) p(x) = x^2, x = 0$$

$$(vi) p(x) = lx + m, x = -\frac{m}{l}$$

$$(vii) p(x) = 3x^2 - 1, x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(viii) p(x) = 2x + 1, x = \frac{1}{2}$$

সমাধান:

$$(i) \quad p(x) = 3x + 1 \text{ [প্রদত্ত]}$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(-\frac{1}{3}\right) &= 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \\ &= -1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

\therefore ইয়াত সত্যতা প্রতিপালন কৰা হ'ল যে $x = -\frac{1}{3}$ ধৰিলে $3x + 1$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

$$(ii) \quad p(x) = 5x - \pi,$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(\frac{4}{5}\right) &= 5 \times \frac{4}{5} - \pi \\ &= 4 - \pi \neq 0 \end{aligned}$$

\therefore ইয়াত দেখা গ'ল যে $x = \frac{4}{5}$ স্থাপন কৰিলে $5x - \pi$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নহয় ।

$$(iii) \quad p(x) = x^2 - 1,$$

$$\therefore p(1) = (1)^2 - 1 = 0$$

$$\text{আকৌ, } p(-1) = (-1)^2 - 1$$

$$= 1 - 1 = 0$$

$\therefore x = 1, -1$ ধৰিলে প্রদত্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

$$(iv) \quad p(x) = (x + 1)(x - 2)$$

$$\begin{aligned} \therefore p(-) &= (-1 + 1)(-1 - 2) \\ &= 0(-3) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore p(2) &= (2 + 1)(2 - 2) \\ &= 3 \times 0 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = -1, 2$ স্থাপন কৰিলে প্রদত্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

$$(v) \quad p(x) = x^2$$

$$\therefore (0) = 0^2 = 0$$

$\therefore x = 0$ ধৰিলে প্রদত্ত ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

$$(vi) \quad p(x) = lx + m$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(-\frac{m}{l}\right) &= l\left(-\frac{m}{l}\right) + m \\ &= -m + m = 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = -\frac{m}{l}$ স্থাপন কৰিলে প্রদত্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

$$(vii) \quad p(x) = 3x^2 - 1, x = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) &= 3\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 \\ &= 3 \times \frac{1}{3} - 1 = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আকৌ, } p\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) &= 3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 \\ &= 3 \times \frac{4}{3} - 1 = 4 - 1 = 3 \neq 0 \end{aligned}$$

\therefore দেখা গ'ল যে $x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ধৰিলে বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয়, কিন্তু $= \frac{1}{\sqrt{3}}$ ধৰিলে বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নহয় ।

$$(viii) \quad p(x) = 2x + 1, x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(\frac{1}{2}\right) &= 2 \times \frac{1}{2} + 1 \\ &= 1 + 1 = 2 \neq 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ স্থাপন কৰিলে প্রদত্ত বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হয় ।

প্রশ্ন: 4. তলত দিয়া বহুপদ ৰাশিবোৰৰ শূন্য নিৰ্ণয় কৰা:

$$(i) p(x) = x + 5$$

$$(ii) p(x) = x - 5$$

$$(iii) p(x) = 2x + 5$$

$$(iv) p(x) = 3x - 2$$

$$(v) p(x) = 3x$$

$$(vi) p(x) = ax, a \neq 0$$

(vii) $p(x) = cx + d, c \neq 0, c, d$ দুটা হ'ল বাস্তৱ সংখ্যা ।

সমাধান:

(i) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে $f(x) = 0$ ধৰিব লাগিব ।

$$\therefore x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$\therefore x + 5$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = -5$ বহুওৱা হয় ।

(ii) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে $p(x) = 0$ ধৰিব লাগিব ।

$$\therefore x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$\therefore x - 5$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = 5$ বহুওৱা হয় ।

(iii) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $p(x) = 0$ ধৰা হয় ।

$$\therefore 2x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}$$

$\therefore 2x + 5$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = -\frac{5}{2}$ বহুওৱা হয় ।

(iv) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে $p(x) = 0$ ধৰিব লাগিব ।

$$\therefore 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$\therefore 3x - 2$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = \frac{2}{3}$ বহুওৱা হয় ।

(v) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে $p(x) = 0$ ধৰিব লাগিব ।

$$\therefore 3x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{0}{3} = 0$$

$\therefore 3x$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = 0$ বহুওৱা হয় ।

(vi) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $p(x) = 0$ ধৰা হয় ।

$$\therefore p(x) = 0$$

$$\Rightarrow ax = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{a} = 0$$

$\therefore ax$ -ৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = 0$ বহুওৱা হয়।

(vii) বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে $p(x) = 0$ ধৰিব লাগিব।

$$\therefore cx + d = 0$$

$$\Rightarrow cx = -d$$

$$\Rightarrow x = -\frac{d}{c}$$

$\therefore cx + d$ বহুপদ ৰাশিটোৰ মান শূন্য হ'ব যদি $x = -\frac{d}{c}$ বহুওৱা হয়।

অনুশীলনী - 2.3

প্ৰশ্ন: 1. $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ক তলৰ বহুপদেৰে হৰণ কৰিলে পোৱা ভাগশেষ নিৰ্ণয় কৰা:

(i) $x + 1$,

(ii) $x - \frac{1}{2}$

(iii) x

(iv) $x + \pi$

(v) $5 + 2x$

সমাধান:

(i) ধৰা হ'ল $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x + 1)$ -ৰে $P(x)$ -ক হৰণ কৰিলে

$$\text{ভাগশেষ} = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 1$$

$$= -1 + 3 - 3 + 1$$

$$= 0 \text{ উত্তৰ।}$$

(ii) ধৰা হ'ল $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x - \frac{1}{2})$ -ৰে $p(x)$ -ক হৰণ কৰিলে

$$\text{ভাগশেষ} p\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{3}{4} + \frac{3}{2} + 1$$

$$= \frac{1+6+12+8}{8} = \frac{27}{8} \text{ উত্তৰ।}$$

(iii) ধরা হ'ল $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

x -বে $p(x)$ -ক হরণ করিলে

$$\text{ভাগশেষ } p(0) = 0^3 + 3(0)^2 + 3 \times 0 + 1$$

$$= 1 \text{ উত্তর ।}$$

(iv) ধরা হ'ল $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(x + \pi)$ -বে $p(x)$ -ক হরণ করিলে

$$\text{ভাগশেষ } p(\pi) = (-\pi)^3 + 3(-\pi)^2 + 3(-\pi) + 1$$

$$= -\pi^3 + 3\pi^2 - 3\pi + 1 \text{ উত্তর ।}$$

(v) ধরা হ'ল $p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$(5 + 2x)$ -বে $p(x)$ -ক হরণ করিলে

$$\text{ভাগশেষ } p\left(-\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 3\left(-\frac{5}{2}\right) + 1$$

$$= -\frac{125}{8} + \frac{75}{4} - \frac{15}{2} + 1$$

$$= \frac{-125+150-60+8}{8} = \frac{-185+158}{8} = -\frac{27}{8} \text{ উত্তর ।}$$

প্রশ্ন: 2. $x^3 - ax^2 + 6x - a$ ক $x - a$ -বে হরণ করিলে পোরা ভাগশেষ উলিওরা ।

সমাধান: ধরা হ'ল $P(x) = x^3 - ax^2 + 6x - a$

$$\text{ভাগশেষ } p(a) = a^3 - a(a)^2 + 6 \times a - a$$

$$= a^3 - a^3 + 6a - a = 5a \text{ উত্তর ।}$$

প্রশ্ন: 3. $7 + 3x, 3x^3 + 7x$ -র এটা উৎপাদক হয়নে নহয় পরীক্ষা করা ।

সমাধান: ধরা হ'ল $P(x) = 3x^3 + 7x$

$$\text{ভাজক} = 7 + 3x \text{ ধরা হ'ল } 7 + 3x = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore p\left(-\frac{7}{3}\right) = 3\left(-\frac{7}{3}\right)^3 + 7\left(-\frac{7}{3}\right)$$

$$= 3 \times \frac{-343}{27} - \frac{49}{3} = \frac{-343}{9} - \frac{49}{3}$$

$$= \frac{-343-147}{9} = \frac{-490}{9} \neq 0$$

যিহেতু, ভাগশেষ শূন্য নহয়। অর্থাৎ $(7 + 3x), 3x^3 + 7x$ -র উৎপাদক নহয়।

প্রশ্ন: 4. ভাগফল আৰু ভাগশেষ নির্ণয় কৰা:

(i) $x^3 - 4x^2 + 2x + 5$ ক $x - 2$ ৰে ভাগ কৰিলে।

(ii) $4x^3 - 2x^2 - 3$ ক $2x^2 - 1$ ৰে ভাগ কৰিলে।

(iii) $3x^3 - 5x^2 + 10x - 3$ ক $3x + 1$ ৰে ভাগ কৰিলে।

(iv) $x^{11} - 5$ ক $x + 1$ ৰে ভাগ কৰিলে।

সমাধান: (i) $x - 2 \left\{ \begin{array}{l} x^3 - 4x^2 + 2x + 5 \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline -2x^2 + 2x + 5 \\ -2x^2 + 4x \\ \hline -2x + 5 \\ -2x + 4 \\ \hline 1 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x - 2 \end{array} \right.$

∴ ভাগফল = $x^2 - 2x - 2$; ভাগশেষ = 1.

(ii) $2x^2 - 1 \left\{ \begin{array}{l} 4x^3 - 2x^2 - 3 \\ 4x^3 - 2x \\ \hline -2x^2 + 2x - 3 \\ -2x^2 \quad + 1 \\ \hline 2x - 4 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} 2x - 1 \end{array} \right.$

∴ ভাগফল = $2x - 1$; ভাগশেষ $2x - 4$.

(iii) $3x + 1 \left\{ \begin{array}{l} 3x^3 - 5x^2 + 10x - 3 \\ 3x^3 - x^2 \\ \hline -6x^2 + 10x - 3 \\ -6x^2 - 2x \\ \hline \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x + 4 \end{array} \right.$

$$\begin{array}{r} 12x - 3 \\ 12x + 4 \\ \hline -7 \end{array}$$

\therefore ভাগফল = $x^2 - 2x + 4$; ভাগশেষ = -7 .

$$\begin{array}{r} (iv) \left. \begin{array}{l} x + 1 \\ x + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^{11} - 5 \\ x^{11} \pm x^{10} \end{array} \left[\begin{array}{l} x^{10} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4 - x^3 \\ + x^2 - x + 1 \end{array} \right. \\ \hline -x^{10} - 5 \\ -x^{10} \mp x^9 \\ \hline x^9 - 5 \\ x^9 \pm x^8 \\ \hline -x^8 - 5 \\ -x^8 \mp x^7 \\ \hline x^7 - 5 \\ x^7 \pm x^6 \\ \hline -x^6 - 5 \\ -x^6 \mp x^5 \\ \hline x^5 - 5 \\ x^5 \pm x^4 \\ \hline -x^4 - 5 \\ -x^4 \mp x^3 \\ \hline x^3 - 5 \\ x^3 \pm x^2 \\ \hline -x^2 - 5 \\ -x^2 \mp x \\ \hline x - 5 \\ x \mp 1 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\therefore \text{ভাগফল} = x^{10} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$\therefore \text{ভাগশেষ} = -6$$

প্রশ্ন: 5. (i) $3x^2 - 2x - 40$ ক $3x + 10$ বে হরণ করা ।

সমাধান:

$$\begin{array}{r} 3x + 10 \overline{) 3x^2 - 2x - 40} \left[x - 4 \right. \\ \underline{3x^2 + 10x} \\ -12x - 40 \\ \underline{+12x + 40} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{ভাগফল } x - 4; \text{ ভাগশেষ} = 0.$$

প্রশ্ন: 5. (ii) $4 + 7x + 7x^2 + 2x^3$ ক $2x + 1$ বে হরণ করা ।

সমাধান:

$$\begin{array}{r} 2x + 1 \overline{) 3x^3 - 7x^2 + 7x + 4} \left[x^2 + 3x + 2 - 4 \right. \\ \underline{3x^3 + x^2} \\ 6x^2 + 7x + 4 \\ \underline{6x^2 + 3x} \\ 4x + 4 \\ \underline{4x + 2} \\ 2 \end{array}$$

$$\therefore \text{ভাগফল } x^2 + 3x + 2; \text{ ভাগশেষ} = 2.$$

প্রশ্ন: 6. (i) $-14x^2 - 13x + 12$ বহুপদটো $2x + 3$ দ্বারা সম্পূর্ণকি বিভাজ্য হয়নে?

সমাধান: ধরা হ'ল $p(x) = -14x^2 - 13x + 12$

$$\text{ভাজক} = 2x + 3$$

$$\text{ধরা হ'ল } 2x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = -3$$

$$\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore p\left(-\frac{3}{2}\right) &= -14\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 13\left(-\frac{3}{2}\right) + 12 \\ &= -14 \times \frac{9}{4} + \frac{39}{2} + 12 \\ &= -\frac{63}{2} + 12 + \frac{39}{2} \\ &= \frac{-63+24+39}{2} = \frac{-63+63}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

$\therefore -14x^2 - 13x + 12$ বহুপদটো $2x + 3$ দ্বারা সম্পূর্ণকৈ বিভাজ্য ।

প্রশ্ন: 6 (ii) $x - 7$ বাশিটো $x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ বহুপদটোৰ এটা উৎপাদক হ'লে পৰীক্ষা কৰা ।

সমাধান: ধৰা হ'ল $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$

$$\text{ভাজক} = x - 7$$

$$\text{ধৰা হ'ল } x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore p(7) &= (7)^3 + 2(7)^2 - 3(7) + 4 \\ &= 364 + 98 - 21 + 4 = 466 - 21 = 445. \end{aligned}$$

$$\therefore p(x) \neq 0.$$

$\therefore (x - 7)$ বাশিটো $x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ বহুপদটোৰ এটা উৎপাদক নহয় ।

প্রশ্ন: 7. $ax^3 + 3x^2 + 5x - 4$ আৰু $x^3 - 4x - a$ বহুপদ দুটোক $x - 2$ ৰে ভাগ কৰাত সমান ভাগশেষ

পোৱা গ'ল । a -ৰ মান উলিওৱা ।

সমাধান: ধৰা হ'ল $p(x) = ax^3 + 3x^2 + 5x - 4$

$$F(x) = x^3 - 4x - a$$

$$\text{আৰু } Q(x) = x - 2$$

$$\text{ধৰা হ'ল, } x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\therefore p(2) = a(2)^3 + 3(2)^2 + 5 \times 2 - 4$$

$$= 8a + 12 + 10 - 4 = 8a + 18$$

$$F(2) = 2^3 - 4 \times 2 - a$$

$$= 8 - 8 - a = -a$$

$$\therefore \text{প্রশ্নমতে, } 8a + 18 = -a$$

$$\Rightarrow 9a + 18 = 0$$

$$\Rightarrow 9a = -18 \Rightarrow a = -2 \text{ উত্তৰ ।}$$

অনুশীলনী - 2.4

প্রশ্ন: 1. তলৰ কোনটো বহুপদৰ এটা উৎপাদক $(x + 1)$ তাক নিৰ্ণয় কৰা ।

$$(i) x^3 + x^2 + x + 1$$

$$(ii) x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$(iii) x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$(iv) x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

সমাধান:

$$(i) \text{ ধৰা হ'ল } p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\therefore p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

\therefore উৎপাদক প্রতিষ্ঠা মতে $(x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক ।

$$(ii) \text{ ধৰা হ'ল } p(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$\therefore p(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1 \neq 0$$

\therefore উৎপাদক প্রতিষ্ঠা মতে $(x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক নহয় ।

$$(iii) \text{ ধৰা হ'ল } p(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$\therefore p(-1) = (-1)^4 + 3(-1)^3 + 3(-1)^2 + (-1) + 1$$

$$= 1 - 3 + 3 - 1 + 1 = 1 \neq 0$$

\therefore উৎপাদক প্রতিষ্ঠা মতে $(x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক নহয় ।

$$(iv) \text{ ধৰা হ'ল } p(x) = x^3 - x^2 - (2 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$$

$$\therefore p(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (2 + \sqrt{2})(-1) + \sqrt{2}$$

$$= -1 - 1 + 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \neq 0$$

\therefore উৎপাদক পৰীক্ষা মতে $(x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক নহয়।

প্ৰশ্ন: 2. উৎপাদক উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $g(x), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক হয়নে

নহয় পৰীক্ষা কৰা।

$$(i) p(x) = 2x^3 + x^2 + 2x - 1, g(x) = x + 1$$

$$(ii) p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, g(x) = x + 2$$

$$(iii) p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6, g(x) = x - 3$$

সমাধান:

$$(i) p(x) = 2x^3 + x^2 + 2x - 1, g(x) = x + 1$$

$$p(x) = 2x^3 + x^2 + 2x - 1$$

$$p(-1) = 2(-1)^3 + (-1)^2 + 2(-1) - 1$$

$$= -2 + 1 - 2 - 1 = -4$$

$\therefore g(x), p(x)$ -অৰ এটা উৎপাদক নহয়।

$$(ii) p(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1, g(x) = x + 2$$

$$p(-) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 3(-2) + 1$$

$$= -8 + 12 - 6 + 1 = -1$$

$\therefore g(x), p(x)$ -অৰ এটা উৎপাদক নহয়।

$$(iii) p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6, g(x) = x - 3$$

$$p(3) = (3)^3 - 4(3)^2 + 3 + 6$$

$$= 27 - 36 + 3 + 6 = 0$$

$\therefore g(x), p(x)$ -অৰ এটা উৎপাদক।

প্ৰশ্ন: 3. যদি $(x - 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক হয় তেন্তে তলৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে k -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা:

$$(i) p(x) = x^2 + x + k$$

$$(ii) p(x) = 2x^2 + kx + \sqrt{2}$$

$$(iii) p(x) = kx^2 - \sqrt{2}x + 1$$

$$(iv) p(x) = kx^2 - 3x + k$$

সমাধান:

$$(i) \therefore (x-1), p(x)\text{-ৰ এটা উৎপাদক।}$$

$$\therefore \text{উৎপাদক প্রতিজ্ঞা দ্বাৰা, } p(1) = 0 \text{ হ'ব।}$$

$$\therefore (1)^2 + 1 + k = 0 \Rightarrow k = -2$$

$$(ii) \therefore (x-1), p(x)\text{-ৰ এটা উৎপাদক।}$$

$$\therefore \text{উৎপাদক প্রতিজ্ঞা দ্বাৰা, } p(1) = 0 \text{ হ'ব।}$$

$$\therefore 2(1)^2 + k(1) + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow 2 + k + \sqrt{2} =$$

$$\Rightarrow k = -2 - \sqrt{2} \Rightarrow k = -(2 + \sqrt{2})$$

$$(iii) \therefore (x-1), p(x)\text{-ৰ এটা উৎপাদক।}$$

$$\therefore \text{উৎপাদক প্রতিজ্ঞা দ্বাৰা, } p(1) = 0 \text{ হ'ব।}$$

$$\therefore k(1)^2 - \sqrt{2} \times 1 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k - \sqrt{2} + 1 = 0 \Rightarrow k = -\sqrt{2} - 2$$

$$(iv) \therefore (x-1), p(x)\text{-ৰ এটা উৎপাদক।}$$

$$\therefore \text{উৎপাদক প্রতিজ্ঞা দ্বাৰা, } p(1) = 0 \text{ হ'ব।}$$

$$\therefore k(1)^2 - 3(1) + k = 0$$

$$\Rightarrow k - 3 + k = 0 \Rightarrow 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

প্রশ্ন: 4. উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

$$(i) 12x^2 - 7x + 1$$

$$(ii) 2x^2 + 7x + 3$$

$$(iii) 6x^2 + 5x - 6$$

$$(iv) 3x^2 - x - 4$$

$$(v) 2x^2 + x - 45$$

$$(vi) y^2 + 18y + 65$$

$$(vii) p^2 + 14p + 13$$

$$(viii) -18 + 11x - x^2$$

$$(ix) 8a^2 - 11ab + 15b^2$$

সমাধান: (i) $12x^2 - 7x + 1$

$$\Rightarrow 12x^2 - 4x - 3x + 1 [\because \text{সমষ্টি} = -4 - 3 = -7,$$

$$\text{গুণফল} = (-4)(-3) = 12$$

$$\text{আৰু অন্ত্যপদ দুটাৰ গুণফল} = 12 \times 1 = 12]$$

$$\Rightarrow 4x(3x - 1) - 1(3x - 1) \Rightarrow (3x - 1)(4x - 1)$$

$$(ii) \quad 2x^2 + 7x + 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + x + 3$$

$$\Rightarrow 2x(x + 3) + 1(x + 3) \Rightarrow (2x + 1)(x + 3)$$

$$(iii) \quad 6x^2 + 5x - 6$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 9x - 4x - 6$$

$$\Rightarrow 3x(2x + 3) - 2(2x + 3) \Rightarrow (2x + 3)(3x - 2)$$

$$(iv) \quad 3x^2 - x - 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 3x - 4$$

$$\Rightarrow x(3x - 4) + 1(3x - 4) \Rightarrow (3x - 4)(x + 1)$$

$$(v) \quad 2x^2 + x - 45$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 10x - 9x - 45$$

$$\Rightarrow 2x(x + 5) - 9(x + 5) \Rightarrow (x + 5)(2x - 9)$$

$$(vi) \quad y^2 + 18y + 65$$

$$\Rightarrow y^2 + 13y + 5y + 65 \Rightarrow y(y + 13) + 5(y + 13)$$

$$\Rightarrow (y + 13)(y + 5) \Rightarrow (y + 13)(y + 5)$$

$$(vii) \quad p^2 + 14p + 13$$

$$\Rightarrow p^2 + 13p + p + 13$$

$$\Rightarrow p(p + 13) + 1(p + 13) \Rightarrow (p + 1)(p + 13)$$

$$(viii) \quad -18 + 11x - x^2$$

$$\Rightarrow -x^2 + 11x - 18 \Rightarrow -x^2 + 9x + 2x - 18$$

$$\Rightarrow -x(x - 9) + 2(x - 9) \Rightarrow (x - 9)(2 - x)$$

$$(ix) \quad 8a^2 - 11ab + 15b^2$$

$$\Rightarrow 8a^2 - 12ab - 10ab + 15b^2$$

$$\Rightarrow 4a(2a - 3b) - 5b(2a - 3b) \Rightarrow (2a - 3b)(4a - 5b)$$

প্রশ্ন: 5. উৎপাদক বিশ্লেষণ করা।

$$(i) x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$(ii) x^3 - 3x^2 - 9x - 5$$

$$(iii) x^3 + 13x^2 + 32x + 20$$

$$(iv) 2y^3 + y^2 - 2y - 1$$

$$(v) x^3 + 2x^2 - x - 1$$

$$(vi) x^3 + x^2 + x + 1$$

$$(vii) x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$(viii) x^3 + 3x^2 - 7x - 6$$

$$(ix) 3x^3 + 5x^2 - 16x - 2$$

সমাধান:

$$(i) \text{ ধরা হ'ল } p(x)x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$\begin{aligned} \therefore p(-1) &= (-1)^3 - 2(-1)^2 - 1 + 2 \\ &= -1 - 2 + 1 + 2 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক।

$$\begin{array}{r} \left. \begin{array}{l} x^3 - 2x^2 - x + 2 \\ x^3 + x^2 \end{array} \right\} \left[\begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \\ -3x^2 - x + 2 \\ -3x^2 - 3x \\ \hline 2x + 2 \\ 2x + 2 \\ \hline 0 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\therefore x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$= (x + 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$= (x + 1)\{x^2 - 2x - x + 2\}$$

$$= (x + 1)\{x(x - 2) - 1(x - 2)\}$$

$$= (x + 1)(x - 1)(x - 2) \text{ (উত্তৰ)।}$$

(ii) ধৰা হ'ল $p(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$

$$\begin{aligned}\therefore p(-1) &= (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) - 5 \\ &= -1 - 3 + 9 - 5 \\ &= -9 + 9 \\ &= 0\end{aligned}$$

$\therefore (x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক।

$$\begin{array}{r} \therefore x + 1 \left) \begin{array}{l} x^3 - 3x^2 - 9x - 5 \\ x^3 + x^2 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x^2 - 4x - 5 \\ -4x^2 - 9x - 5 \\ -4x^2 - 4x \\ -5x - 5 \\ -5x - 5 \\ 0 \end{array} \right.\end{array}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^3 - 3x^2 - 9x - 5 &= (x + 1)(x^2 - 4x - 5) \\ &= (x + 1)\{x^2 - 5x + x - 5\} \\ &= (x + 1)\{x(x - 5) + 1(x - 5)\} \\ &= (x + 1)(x + 1)(x - 5) \quad (\text{উত্তৰ})\end{aligned}$$

(iii) ধৰা হ'ল $p(x) = x^3 + 13x^2 + 32x + 20$

$$\begin{aligned}\therefore p(-1) &= (-1)^3 + 13(-1)^2 + 32(-1) + 20 \\ &= -1 + 13 - 32 + 20 \\ &= 33 - 33 \\ &= 0\end{aligned}$$

$\therefore (x + 1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক।

$$\therefore x + 1 \left) \begin{array}{l} x^3 + 13x^2 + 32x + 20 \\ x^3 + x^2 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x^2 + 12x + 20 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r}
 12x^2 + 32x + 20 \\
 12x^2 + 12x \\
 \hline
 20x + 20 \\
 20x + 20 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore x^3 + 13x^2 + 32x + 20 \\
 &= (x + 1)(x^2 + 12x + 20) \\
 &= (x + 1)\{x^2 + 10x + 2x + 20\} \\
 &= (x + 1)\{x(x + 10) + 2(x + 10)\} \\
 &= (x + 1)(x + 10)(x + 2) \text{ (উত্তর) ।}
 \end{aligned}$$

(iv) ধরা হ'ল, $p(y) = 2y^3 + y^2 - 2y - 1$

$$\begin{aligned}
 \therefore p(1) &= 2(1)^3 + (1)^2 - 2(1) - 1 \\
 &= 2 + 1 - 2 - 1 \\
 &= 3 - 3 = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore (y - 1), p(y)$ - এটা উৎপাদক ।

$$\begin{array}{r}
 \left. \begin{array}{l} \therefore y - 1 \\ \therefore y - 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2y^3 + y^2 - 2y - 1 \\ 2y^3 - 2y^2 \end{array} \left. \begin{array}{l} 2y^2 + 3y + 1 \\ 2y^2 + 3y + 1 \end{array} \right\} \\
 \hline
 3y^2 - 2y - 1 \\
 3y^2 - 2y - 1 \\
 \hline
 y - 1 \\
 y - 1 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore 2y^3 + y^2 - 2y - 1 \\
 &= (y - 1)(2y^2 + 3y + 1) = (y - 1)\{2y^2 + 2y + y + 1\} \\
 &= (y - 1)\{2y(y + 1) + 1(y + 1)\} = (y - 1)(y + 1)(2y + 1)
 \end{aligned}$$

(v) $x^3 + x^2 - x - 1$

$$= x^2(x+1) - 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2-1) = (x+1)(x+1)(x-1)$$

$$(vi) \ x^3 + x^2 + x + 1$$

$$= x^2(x+1) + 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2+1)$$

$$(vii) \ x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\text{ধৰা হ'ল } p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\therefore p(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 1 - 2$$

$$= -1 + 2 + 1 - 2 = 0$$

$\therefore (x+1), p(x)$ -ৰ এটা উৎপাদক।

$$\begin{array}{r} x+1 \left) \begin{array}{l} x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ x^3 \pm x^2 \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} x^2 + x - 2 \\ x^2 \pm x \end{array} \right. \\ \hline x^2 - x - 2 \\ x^2 \pm x \\ \hline -2x - 2 \\ \mp 2x \mp 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$= (x+1)(x^2 + x - 2) = (x+1)\{x^2 + 2x - x - 2\}$$

$$= (x+1)\{x(x+2) - 1(x+2)\} = (x+1)(x+2)(x-1)$$

$$(viii) \ x^3 + 3x^2 - 7x - 6$$

$$\text{ধৰা হ'ল } P(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 6$$

$$\therefore P(1) = (1)^3 + 3(1)^2 - 7 \times 1 - 6$$

$$= 1 + 3 - 7 - 6 = -9 \neq 0$$

$$\therefore p(2) = (2)^3 + 3(2)^2 - 7(2) - 6$$

$$= 8 + 12 - 14 - 6 = 20 - 20 = 0$$

$\therefore (x - 2), P(x)$ -এটা উৎপাদক ।

$$\begin{array}{r}
 \left. \begin{array}{l} x - 2 \\ x^3 + 3x^2 - 7x - 6 \\ x^3 \pm 2x^2 \end{array} \right\} \left[\begin{array}{l} x^2 + 5x + 3 \\ \\ \\ \end{array} \right. \\
 \hline
 5x^2 - 7x - 6 \\
 5x^2 \mp 10x \\
 \hline
 +3x - 6 \\
 \pm 3x \pm 6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\therefore x^3 + 3x^2 + 7x - 6 = (x - 2)(x^2 + 5x + 3)$$

$$(ix) 3x^3 + 5x^2 - 16x - 2$$

$$\text{ধরা হ'ল } p(x) = 3x^3 + 5x^2 - 16x - 12$$

$$\therefore P(1) = 3(1)^3 + 5(1)^2 - 16 \times 1 - 12$$

$$= 3 + 5 - 16 - 12 = -20 \neq 0$$

$$\therefore P(2) = 3(2)^3 + 5(2)^2 - 16 \times 2 - 12$$

$$= 24 + 20 - 32 - 12 = 44 - 44 = 0$$

$\therefore (x - 2), P(x)$ অৰ এটা উৎপাদক ।

$$\begin{array}{r}
 \left. \begin{array}{l} x - 2 \\ 3x^3 + 5x^2 - 16x - 12 \\ \pm 3x^3 \mp 6x^2 \end{array} \right\} \left[\begin{array}{l} 3x^2 + 11x + 6 \\ \\ \\ \end{array} \right. \\
 \hline
 11x^2 - 16x - 12 \\
 \pm 11x^2 \mp 22x \\
 \hline
 6x - 12 \\
 \pm 6x \mp 12 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\therefore 3x^3 + 5x^2 - 16x - 12 = (x - 2)(3x^2 + 11x + 6)$$

$$= (x - 2)\{3x^2 + 9x + 2x + 6\}$$

$$= (x - 2)\{3x(x + 3) + 2(x + 3)\}$$

$$= (x - 2)(x + 3)(3x + 2)$$

প্রশ্ন: 6. যদি $x^2 + px + q$ আৰু $x^2 + mx + n$ বহুপদ দুটা $x + a$ এটা সাধাৰণ উৎপাদক তেন্তে প্রমাণ

$$\text{কৰা যে } -a = \frac{n-q}{p-m}$$

সমাধান: $\therefore x^2 + px + q$ আৰু $x^2 + mx + n$ -ৰ এটা সাধাৰণ উৎপাদক।

$$\therefore x + a = 0$$

$$\Rightarrow = -a$$

$$\therefore x^2 - ap + q = 0$$

$$\pm x^2 \pm am \pm n = 0$$

(বিয়োগ কৰি) $am - ap + q - n = 0$

$$\Rightarrow a(m - p) = n - q$$

$$\Rightarrow a = \frac{n-q}{m-p} \left[\text{প্রমাণিত} \right], \left[\frac{n-q}{p-m} \text{ নহয়} \right]$$

অনুশীলনী- 2.5

প্রশ্ন: 1. তলৰ পূৰণউলকেইটা নিৰ্ণয় কৰিবলৈ উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰা।

$$(i)(x + 4)(x + 10)$$

$$(ii)(x + 8)(x - 10)$$

$$(iii)(3x + 4)(3x - 5)$$

$$(iv)\left(y^2 + \frac{3}{2}\right)\left(y^2 - \frac{3}{2}\right)$$

$$(v)(3 - 2x)(3 + 2x)$$

সমাধান:

$$(i)(x + 4)(x + 10)$$

$$= x^2 + (4 + 10)x + 4 \times 10 = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$= x^2 + 14x + 40 \quad \text{ব্যৱহাৰ কৰি ইয়াত, } a = 4, b = 10 \text{ ধৰা হৈছে।}$$

$$(ii)(x + 8)(x - 10)$$

$$= x^2 + [8 + (-10)]x + 8 \times (-10) = x^2 - 2x - 80$$

$$(iii)(3x + 4)(3x - 5)$$

$$= (3x)^2 + [4 + (-5)]3x + 4 \times (-5) = 9x^2 - 3x - 20$$

$$\begin{aligned}
& (iv) \left(y^2 + \frac{3}{2}\right)\left(y^2 - \frac{3}{2}\right) \\
&= (y^2)^2 + \left[\frac{3}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right)\right]y^2 + \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) \\
&= y^4 + 0 \cdot y^2 - \frac{9}{4} = y^4 - \frac{9}{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (v) (3 - 2x)(3 + 2x) \\
&= (3)^2 + (-2x + 2x) \times 3 + (-2x)(2x) \\
&= 9 + 0 \times 3 - 4x^2 = 9 - 4x^2
\end{aligned}$$

প্রশ্ন: 2. প্রত্যক্ষভাৱে পূৰণ নকৰি তলৰ পূৰণফলসমূহ নিৰ্ণয় কৰা:

$$(i) 103 \times 107 \quad (ii) 95 \times 96 \quad (iii) 104 \times 96$$

সমাধান:

$$\begin{aligned}
& (i) 103 \times 107 \\
&= (100 + 3) \times (100 + 7) \\
&= (100)^2 + (3 + 7) \times 10 + (3 \times 7) \\
&\quad [(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}] \\
&= 10000 + 1000 + 21 = 11021
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (ii) 95 \times 96 \\
&= (100 - 5) \times (100 - 4) \\
&= (100)^2 + [(-5) + (-4)] \times 10 + (-5) \times (-4) \\
&= 10000 - 900 + 20 = 9120
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (iii) 104 \times 96 \\
&= (100 + 4) \times (100 - 4) \\
&= (100)^2 + [4 + (-4)] \times 100 + (4 \times -4) \\
&= 10000 + 0 \times 100 - 16 \\
&= 10000 - 16 = 9984
\end{aligned}$$

প্রশ্ন: 3. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

$$(i) 9x^2 + 6xy + y^2 \quad (ii) 4y^2 - 4y + 1 \quad (iii) x^2 - \frac{y^2}{100}$$

সমাধান:

$$(i) 9x^2 + 6xy + y^2$$

$$= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + (y)^2 = (3x + y)^2$$

$[(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$ ব্যৱহাৰ কৰি। ইয়াত $a = 3x$ আৰু $b = y$

$$(ii) 4y^2 - 4y + 1$$

$$= (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot 1 + (1)^2 = (2y - 1)^2$$

$$(iii) x^2 - \frac{y^2}{100}$$

$$= (x)^2 - \left(\frac{y}{10}\right)^2 = \left(x + \frac{y}{10}\right) \left(x - \frac{y}{10}\right)$$

প্ৰশ্ন: 4. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰ বিস্তাৰ কৰা:

$$(i) (x + 2y + 4z)^2$$

$$(ii) (2x - y + z)^2$$

$$(iii) (-2x + 3y + 2z)^2$$

$$(iv) (3a - 7b - c)^2$$

$$(v) (2x + 5y - 3z)^2$$

$$(vi) \left[\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + 1\right]^2$$

সমাধান:

$$(i) (x + 2y + 4z)^2$$

$$= x^2 + (2y)^2 + (4z)^2 + 2x(2y) + 2(2y)(4z) + 2(4z)x$$

$$= x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 4xy + 16yz + 8xz$$

$[(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$ অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি

$$(ii) (2x - y + z)^2$$

$$= (2x)^2 + (-y)^2 + (z)^2 + 2 \times 2x(-y) + 2(-y)z + 2 \times z \times 2x$$

$$= 4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$$

$$(iii) (-2x + 3y + 2z)^2$$

$$= (-2x)^2 + (3y)^2 + (2z)^2 + 2(-2x)3y + 2 \times 3y \times 2z + 2 \times 2z(-2x)$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 4z^2 - 12xy + 11yz - 8xz$$

$$(iv) (3a - 7b - c)^2$$

$$= [3a + (-7b) + (-c)]^2$$

$$= (3a)^2 + (-7b)^2 + (-c)^2 + 2(3a)(-7b) + 2(-7b)(-c) + 2(-c)(3a)$$

$$= 9a^2 + 49b^2 + c^2 - 42ab + 14bc - 6ca$$

$$(v)(2x + 5y - 3z)^2$$

$$= (-2x + 5y - 3z)^2$$

$$= (-2x)^2 + (5y)^2 + (-3z)^2 + 2(-2x)(5y) + 2(5y)(-3z) + 2(-3z)(-2x)$$

$$= 4x^2 + 25y^2 + 9z^2 - 20xy - 30yz + 12zx$$

$$(vi) \left[\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + 1 \right]^2$$

$$= \left[\frac{1}{4}a + \left(-\frac{1}{2}b\right) + 1 \right]^2$$

$$= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}b\right)^2 + (1)^2 + 2\left(\frac{1}{4}a\right)\left(-\frac{1}{2}b\right) + 2\left(-\frac{1}{2}b\right) \cdot 1 + 2\left(\frac{1}{4}a\right) \cdot 1$$

$$= \frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{4}b^2 + 1 - \frac{1}{4}ab - b + \frac{1}{2}a$$

প্রশ্ন: 5. উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

$$(i) 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy - 24yz - 16xz$$

$$(ii) 2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2xy} + 4\sqrt{2xy} - 8xz$$

সমাধান:

$$(i) 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy - 24yz - 16xz$$

$$= (2x)^2 + (3y)^2 + (-4z)^2 + 2(2x)(3y) + 2(3y)(-4z) + 2(2x)(-4z)$$

$$= (2x + 3y - 4z)^2$$

$$[(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \text{ ব্যৱহাৰ কৰা হ'ল}]$$

$$(ii) 2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2xy} + 4\sqrt{2xy} - 8xz$$

$$= (-\sqrt{2x})^2 + y^2 + (2\sqrt{2z})^2 + 2(-\sqrt{2x})y + 2(y)(2\sqrt{2z}) + 2(-\sqrt{2x})(2\sqrt{2z})$$

$$= (-\sqrt{2x} + y + 2\sqrt{2z})^2$$

প্রশ্ন: 6. তলৰ ঘনকেইটা বিস্তাৰিত কৰি লিখা:

$$(i)(2x + 1)^3$$

$$(ii)(2a - 3b)^3$$

$$(iii) \left[\frac{3}{2}x + 1 \right]^3$$

$$(iv) \left[x - \frac{2}{3}y \right]^3$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} (i)(2x + 1)^3 &= (2x)^3 + (1)^3 + 3(2x)1(2x + 1) \\ &= 8x^3 + 1 + 12x^2 + 6x \\ &= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 \end{aligned}$$

$$[(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$\begin{aligned} (ii)(2a - 3b)^3 &= (2a)^3 - (3b)^3 - 3(2a)(3b)(2a - 3b) \\ &= 8a^3 - 27b^3 + 36a^2b + 54ab^2 \end{aligned}$$

$$[(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$\begin{aligned} (iii) \left[\frac{3}{2}x + 1 \right]^3 &= \left(\frac{3}{2}x \right)^3 + 1^3 + 3 \left(\frac{3}{2}x \right) \cdot 1 \left(\frac{3}{2}x + 1 \right) \\ &= \frac{27}{8}x^3 + 1 + \frac{27}{4}x^2 + \frac{9}{2}x \\ &= \frac{27}{8}x^3 + \frac{27}{4}x^2 + \frac{9}{2}x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \left[x - \frac{2}{3}y \right]^3 &= x^3 - \left(\frac{2}{3}y \right)^3 - 3x \left(\frac{2}{3}y \right) \left(x - \frac{2}{3}y \right) \\ &= x^3 - \frac{8}{27}y^3 - 2x^2y + \frac{4}{3}xy^2 \\ &= x^3 - 2x^2y + \frac{4}{3}xy^2 - \frac{8}{27}y^3 \end{aligned}$$

প্ৰশ্ন: 7. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$(i)(99)^3 \quad (ii)(102)^3 \quad (iii)(998)^3$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} (i)(99)^3 &= (100 - 1)^3 \\ &= (100)^3 - 1^3 - 3(100)1(100 - 1) \end{aligned}$$

$$[(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= 100000 - 1 - 30000 + 300 = 970299$$

$$(ii) (102)^3$$

$$= (100 + 2)^3$$

$$= (100)^3 + (2)^3 + 3(100)(2)(100 + 2)$$

$$[(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= 1000000 + 8 + 60000 + 1200 = 1061208$$

$$(iii) (998)^3$$

$$= (1000 - 2)^3$$

$$= (1000)^3 - (2)^3 - 3(1000)(2)(1000 - 2)$$

$$= 1000000000 - 8 - 6000000 + 12000$$

$$= 1000012000 - 6000000 + 12000$$

$$= 1000012000 - 6000008$$

$$= 994011992$$

প্ৰশ্ন: ৪. তলৰ প্ৰতিটো উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

$$(i) 8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$$

$$(ii) 8a^3 - b^3 - 12a^2b - 6ab^2$$

$$(iii) 27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$$

$$(iv) 64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$$

$$(v) 27p^3 - \frac{1}{216} - \frac{9}{2}p^2 + \frac{1}{4}p$$

সমাধান:

$$(i) 8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$$

$$= (2a)^3 + b^3 + 3(2a)b(2a + b) = (2a + b)^3$$

$$[(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$(ii) 8a^3 - b^3 - 12a^2b - 6ab^2$$

$$= (2a)^3 - b^3 - 3 \cdot 2a \cdot b(2a - b) = (2a - b)^3$$

$$[(x - y)^3 = x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \text{ ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$(iii) 27 - 125a^3 - 135a + 225a^2$$

$$= (3)^3 - (5a)^3 - 3 \cdot (3)(5a)(3 - 5a) = (3 - 5a)^3$$

$$(iv) 64a^3 - 27b^3 - 144a^2b + 108ab^2$$

$$= (4a)^3 - (3b)^3 - 3(4a)(3b)(4a - 3b) = (4a - 3b)^3$$

$$(v) 27p^3 - \frac{1}{216} - \frac{9}{2}p^2 + \frac{1}{4}p$$

$$= (3p)^3 - \left(\frac{1}{6}\right)^3 - 3(3p)\left(3p - \frac{1}{6}\right) = \left(3p - \frac{1}{6}\right)^3$$

প্রশ্ন: 9. সত্যাপন কৰা:

$$(i) x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(ii) x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

সমাধান:

$$(i) \text{ R.H.S.} = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3$$

$$= x^3 + y^3 = L.H.S. \text{ [সত্যতা প্রতিপাদন কৰা হ'ল]}$$

$$(ii) \text{ R.H.S.} = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3 = L.H.S. \text{ [সত্যতা প্রতিপাদন কৰা হ'ল]}$$

প্রশ্ন: 10. উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

$$(i) 27y^3 + 125z^3$$

$$(ii) 64m^3 - 343n^3$$

সমাধান:

$$(i) 27y^3 + 125z^3$$

$$= (3y)^3 + (5z)^3$$

$$= (3y + 5z)[(3y)^2 - (3y)(5z) + (5z)^2]$$

$$[a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)\text{ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$\begin{aligned} & (ii) 64m^3 - 343n^3 \\ &= 64m^3 - 343n^3 \\ &= (4m)^3 - (7n)^3 \\ &= (4m - 7n)[(4m)^2 + (4m)(7n) + (7n)^2] \\ &= (4m - 7n)(16m^2 + 28mn + 49n^2) \end{aligned}$$

প্ৰশ্ন: 11. $27x^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$ -ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা:

সমাধান: $27x^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$

$$\begin{aligned} &= (3x)^3 + y^3 + z^3 - 3(3x).y.z \\ &= (3x + y + z)[(3x)^2 + y^2 + z^2 - (3x)y - yz - (3x)z] \\ &= (3x + y + z)(9x^2 + y^2 + z^2 - 3xy - yz - 3xz) \end{aligned}$$

$$[a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)\text{ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

প্ৰশ্ন: 12. সত্যাপন কৰা:

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2}(x + y + z)[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2]$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} &= \frac{1}{2}(x + y + z)[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2] \\ &= \frac{1}{2}(x + y + z)[x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2] \\ &= \frac{1}{2}(x + y + z)[2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx] \\ &= \frac{1}{2}(x + y + z) \times 2[x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx] \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= x(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) + y(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &\quad + z(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= x^3 + xy^2 + xz^2 - x^2y - xyz - zx^2 + yx^2 + y^3 + yz^2 \\ &\quad - xy^2 - y^2z - xyz + x^2z + zy^2 + z^3 - xyz - yz^2 - z^2x \\ &= x^3 + (xy^2 - xy^2) + (xz^2 - xz^2) + (-x^2y + x^2y) + (zx^2 - x^2z) \end{aligned}$$

$$+(yz^2 - yz^2) + (zy^2 - y^2z) + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = L.H.S. \text{ [সত্যতা প্রতিপাদন করা হ'ল]}$$

প্রশ্ন: 13. (i) যদি $x + y + z = 0$, তেলে দেখুওরা যে $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$.

(ii) যদি $a + b + c = 0$, তেলে দেখুওরা যে-

$$a^2(b + c) + b^2(c + a) + c^2(a + b) + 3abc = 0$$

(iii) যদি $2a - b + c = 0$, তেলে দেখুওরা যে $4a^2 - b^2 + c^2 + 4abc = 0$

(iv) যদি $a + b + c = 0$, তেলে দেখুওরা যে-

$$\frac{(a+c)^2}{bc} + \frac{(b+c)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab} = 0$$

(v) যদি $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ তেলে দেখুওরা যে $a = b = c$.

সমাধান:

(i) $\therefore x + y + z = 0$

$$\Rightarrow x + y = -z \dots \dots (i)$$

$$\Rightarrow (x + y)^3 = (-z)^3 \text{ [ঘন করি]}$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = -z^3$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 + 3xy(-z) = 0 \text{ [(i) - বপরা]}$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz \text{ [প্রমাণিত]}$$

(ii) $\therefore a + b + c = 0 \therefore a + b = -c, = -b, b + c = -a$

$$\text{প্রমাণ করিব লাগে, } a^2(b + c) + b^2(c + a) + c^2(a + b) + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow a^2b + a^2c + b^2c + b^2a + c^2a + c^2b + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow a^2b + b^2a + a^2c + c^2a + b^2c + c^2b + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow ab(a + b) + ac(a + c) + bc(b + c) + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow ab(-c) + ac(-b) + bc(-a) + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow -abc - abc - abc + 3abc = 0$$

$$\Rightarrow -3abc + 3abc = 0 \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$(iii) \therefore 2a - b + c = 0$$

$$\Rightarrow 2a + c = b$$

$$\therefore \text{বাঁওপক্ষ} = 4a^2 - b^2 + c^2 + 4ac$$

$$= 4a^2 + 4ac + c^2 - b^2$$

$$= \{(2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot c + c^2\} - b^2 = (2a + c)^2 - b^2$$

$$= b^2 - b^2 = 0 = \text{সোঁপক্ষ (প্ৰমাণিত)}$$

$$(iv) \therefore a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow a + b = -c \Rightarrow a + c = -b \Rightarrow b + c = -a$$

$$\therefore \text{বাঁওপক্ষ} = \frac{(b+c)^2}{bc} + \frac{(c+a)^2}{ca} + \frac{(a+b)^2}{ab}$$

$$= \frac{(-a)^2}{bc} + \frac{(-b)^2}{bc} + \frac{(-c)^2}{ab} = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$$

$$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3 = \text{সোঁপক্ষ (প্ৰমাণিত)}$$

$$(v) \therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\Rightarrow \{(a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ca + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2)\} = 0$$

$$\Rightarrow \{(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2\} = 0$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 = 0, (a - c)^2 = 0, (b - c)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a - c = 0 \Rightarrow b - c = 0$$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow a = c \Rightarrow b = c \quad \therefore a = b = c \text{ (প্ৰমাণিত)}$$

প্ৰশ্ন: 14. ঘনফল প্ৰকৃথৰ্তত নিৰ্ণয় নকৰাকৈ তলৰ প্ৰতিটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা:

$$(i) (-12)^3 + (7)^3 + (5)^3 \quad (ii) (28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$$

সমাধান:

$$(i) \text{ ধৰা হ'ল, } a = -12, b = 7, c = 5$$

যেতিয়া, $a + b + c = 0$ হয়, তেতিয়া, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ হ'ব।

$$\text{ইয়াত, } a + b + c = -12 + 7 + 5 = 0$$

$$\therefore (-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$$

$$= 3(-12)(7)(5) = -1260$$

(ii) ধৰা হ'ল, $a = 28, b = -15$ আৰু $c = -13$

এতিয়া, $a + b + c = 28 + (-15) + (-13)$

$$= 28 - 15 - 13 = 28 - 28 = 0$$

$$\Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$\Rightarrow (28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3 = 3(28)(-15)(-13) = 16380$$

প্ৰশ্ন: 15. তলত কালি দিয়া আয়তবিলাকৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থৰ বাবে সম্ভাৱ্য ৰাশিবোৰ উলিওৱা।

(i) কালি $25a^2 - 35a + 12$

(ii) কালি $35y^2 + 13y - 12$

সমাধান:

(i) \therefore আয়তক্ষেত্ৰৰ কালি $L \times B = 25a^2 - 35a + 12$

$$\Rightarrow L \times B = 25a^2 - 15a - 20a + 12$$

$$= 5a(5a - 3) - 4(5a - 3) = (5a - 4)(5a - 3)$$

\therefore যদি দৈৰ্ঘ্য (L) = $(5a - 4)$ হয় তেন্তে প্ৰস্থ $(5a - 3)$

আকৌ, দৈৰ্ঘ্য = $(5a - 3)$ হ'ল, প্ৰস্থ = $(5a - 4)$ হ'ব।

(ii) \therefore আয়তক্ষেত্ৰৰ কালি $L \times B$

$$\Rightarrow L \times B = 35y^2 + 13y - 12 = 35y^2 + 28y - 15y - 12$$

$$= 7y(5y + 4) - 3(5y + 4) = (5y + 4)(7y - 3)$$

\therefore যদি দৈৰ্ঘ্য = $(5y - 4)$ হয় তেন্তে প্ৰস্থ $(7y - 3)$

আকৌ, দৈৰ্ঘ্য = $(7y - 3)$ হ'ল, প্ৰস্থ = $(5y + 4)$ হ'ব।

প্ৰশ্ন: 16. তলত আয়তন দিয়া ঘনকৰ মাত্ৰা তিনিটাৰ বাবে সম্ভাৱ্য ৰাশিকেইটা কি কি হ'ব ?

(i) কালি $3x^2 - 12x$

(ii) কালি $12ky^2 + 8ky - 20k$

সমাধান:

(i) আয়তীয় ঘনকৰ ক্ষেত্ৰফল = $3x^2 - 12x$ [প্ৰদত্ত]

$$\Rightarrow \text{দৈৰ্ঘ্য} \times \text{প্ৰস্থ} \times \text{উচ্চতা} = 3x(x - 4)$$

\therefore আয়তীয় ঘনকৰ এটা সম্ভৱপৰ আকৃতি হ'ল: $3, x$ আৰু $(x - 4)$

(ii) আয়তীয় ঘনকৰ ক্ষেত্ৰফল $= 12ky^2 + 8ky - 20k$

$$\Rightarrow \text{দৈৰ্ঘ্য} \times \text{প্ৰস্থ} \times \text{উচ্চতা} = 4k(3y^2 + 2y - 5)$$

$$= 4k[(3y^2 + 5y - 3y - 5)]$$

$$= 4k[y(3y + 5) - 1(3y + 5)]$$

$$= 4k[(3y + 5)(y - 1)]$$

$$\Rightarrow \text{দৈৰ্ঘ্য} \times \text{প্ৰস্থ} \times \text{উচ্চতা} = 4k(3y + 5)(y - 1)$$

\therefore আয়তীয় ঘনকৰ এটা সম্ভৱপৰ আকৃতি হ'ল: $4k, (3y + 5)$ আৰু